

# Дослідження та методи аналізу

---

УДК 621.643.002:622.692.4

DOI: 10.31471/1993-9973-2022-1(82)-52-60

## ОСОБЛИВОСТІ ВИЗНАЧЕННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ВИСЯЧИХ ГАЗОПРОВОДІВ З УРАХУВАННЯМ ПОХИБОК ГЕОДЕЗИЧНИХ ВИМІРІВ

О. Ю. Коробков, Є. Й. Ріпецький, Р. Й. Ріпецький

ІФНТУНГ; 76019, м. Івано-Франківськ, вул. Карпатська, 15;  
e-mail: olehkorobkov@gmail.com

Розглянуто загальні особливості визначення напружено-деформованого стану висячих газопроводів, якщо зазначена процедура здійснюється на основі даних геодезичних вимірів зміщень з урахуванням їх наявних відносних похибок. В якості конкретного конструктивного виконання обрано надземний перехід газопроводу Угерське–Івано-Франківськ через р. Свіча. Відмічено роль силових факторів, які прикладені до газопроводу зі сторони утримуючих канатів. Сформульовано проблему у визначенні невідомих силових факторів, що прикладені до газопроводу, за наявними даними деформацій, які отримані геодезичними вимірами і містять похибки в межах регламентованих. З цією метою розроблено спрощену модель надземного переходу, в якій кількість утримуючих канатів зведена до трьох. У точках кріплення канатів до труби прикладені зосереджені сили, дія яких еквівалентна силам утримуючих канатів і силам тяжіння від ваги трубопроводу і транспортованого продукту. Запропоновано до спрощеної дискретної моделі трубопроводу застосувати канонічні рівняння методу сил. Тестові результати оцінки напружено-деформованого стану показали появи випадків, що призводять до порушення фізичних принципів деформованого стану. А власне, відхилення лінії головної осі від сплайну деформації, що призводить до порушення принципу мінімуму потенціальної енергії деформації. Причинами, що призводять до даних наслідків, є наявність похибок в геодезичних даних величин деформацій. Розроблено ітераційний алгоритм із введенням процедур згладжування при пошуку діючих силових факторів. Їх вибір здійснюється в межах заданого факторного простору за сформованими критеріями. Отримані результати показали, що при відносній похибці геодезичних вимірів у 5 % розрахункові силові фактори відрізняються від реальних не більше ніж на 18 %. В той самий час основний показник напружено-деформованого стану – величина максимального згинаючого моменту залишається більш стабільною з похибкою до 6 %.

Ключові слова: висячі газопроводи, середньоквадратична похибка, геодезичні виміри, канонічні рівняння, напружено-деформований стан, надлишково-визначена система рівнянь.

Рассмотрены общие особенности определения напряжённо-деформированного состояния висячих газопроводов, когда указанная процедура осуществляется по данным геодезических измерений с учетом их относительных погрешностей. В качестве конкретного конструктивного исполнения выбран над-земный переход газопровода Угерское–Ивано-Франковск через р. Свеча. Отмечена роль силовых факторов, приложенных к трубопроводу со стороны удерживающих канатов. Сформулированная проблема заключается в определении неизвестных силовых факторов внешнего нагружения газопровода по данным деформаций, полученным путем геодезических измерений и содержащим погрешности в пределах регламентированных. С этой целью разработана упрощенная модель надземного перехода газопровода, в которой количество удерживающих канатов сведено до трех. В точках крепления канатов к трубе приложены

сосредоточенные силы, действия которых эквивалентно силам натяжения канатов и силам тяжести от веса трубы и транспортируемого продукту. Предложено к упрощенной дискретной модели трубопровода применить канонические уравнения метода сил. Тестовые результаты оценки напряженно-деформированного состояния показали случаи, что приводят к нарушению физических принципов деформированного состояния. А именно, к отклонению линии главной оси трубопровода от сплайна деформации и, в связи с этим, к нарушению принципа минимума потенциальной энергии деформации. Причинами, приводящими к данным последствиям, являются наличие погрешностей в измеренных деформациях. Разработан итерационный алгоритм с введением сглаживающих процедур поиска действующих силовых факторов. Их выбор осуществляется в пределах заданного факторного пространства с учетом сформированных критериев. Полученные результаты показали, что при относительной погрешности в геодезических данных в 5 % расчетные силовые факторы отличаются от реальных не более чем на 18 %. В то же время основной показатель напряженно-деформированного состояния величина максимального изгибающего момента остается более стабильным с погрешностью до 6 %.

Ключевые слова: висячие газопроводы, относительная погрешность, геодезические измерения, канонические уравнения, напряженно деформированное состояние, переопределенная система уравнений.

*The general features of determining the hanging gas pipelines' stress-deformed state have been established, under the condition that this procedure is carried out on the basis of geodetic measurements of displacements, taking into account their existing relative errors. The overhead crossing of the Uherske – Ivano-Frankivsk gas pipeline across the Svicha River has been chosen as a specific design. The role of force factors applied to the gas pipeline by the retaining ropes is noted. The problem of determining the unknown force factors applied to the gas pipeline has been formulated, according to the available deformations data, which is obtained by geodetic measurements and contains errors within the regulated ones. To do this, a simplified model of the overpass has been developed, in which the number of retaining ropes is reduced to three. Concentrated forces are applied to the pipe at the points of attachment of the ropes, which are equivalent to the actions of the holding ropes' forces and the gravity forces from the weight of the pipeline and the transported product. It has been proposed to apply the canonical equations of the force method to the simplified discrete pipeline model. Test results of stress-deformed state assessment have shown the appearance of cases that lead to violation of the deformed state's physical principles. In fact, the deviation of the main axis line from the spline of deformation leads to a violation of the principle of the minimum potential energy of deformation. The reason that leads to these consequences is the presence of errors in these deformations. An iterative algorithm for the use of smoothing procedures has been developed. The search for unknown force factors is carried out according to the established criteria from a predetermined factor space. The obtained results have shown that with a relative error of geodetic measurements of 5 %, the force factors differ from the real ones by no more than 18%. At the same time, the main indicator of the stress-deformed state – the bending moment – remains more stable with an error of up to 6 %.*

Keywords: canonical equations, geodetic measurements, hanging gas pipelines, stress-deformed state, overdetermined systems of linear equations.

## Вступ

Перетин трасою трубопроводу складних природних і штучних перешкод передбачає будівництво надземних переходів. Надземне прокладання трубопроводу здійснюється за різноманітними конструктивними схемами, що залежать від характеру перешкоди. Досвід проектування і будівництва свідчить про доцільність в деяких випадках спорудження висячого трубопроводу. В таких конструкціях трубопровід додатково утримується системою канатів по всій його довжині. Це головний несучий канат, до якого кріпляться вертикальні канати, що підтримують трубопровід у висячому стані. Головний канат, в свою чергу, кріпиться до високих щогл, які й сприймають навантаження від всієї підвішеної конструкції. Довжина прольоту вибирається таким чином, щоб стріла провисання несучого канату становила 1/10 величини прольоту [1].

Конструкції висячих переходів, на відміну від балкових, дозволяють збільшити довжину

прольоту, а від вантових – досягнути більш рівномірного навантаження газопроводу. Разом з тим, вказані переваги надають висячому трубопроводу особливу властивість – перетворюють його конструкцію у гнучку систему [2]. Тому передбачаються додаткові бокові кріплення канатів для запобігання виникненню коливань газопроводу в горизонтальній площині від вітрових навантажень.

Система утримуючих канатів визначає загальний НДС висячих трубопроводів і фактичний зігнутий профіль його осі на надземному переході. Положення профілю в просторі може бути встановлено за вимірами координат геодезичними методами з використанням високоточних геодезичних приладів, розроблених на основі сучасних технологій [3, 4].

Отримані результати є підставою для подальших розрахунків лінійних зміщень головної осі трубопроводу від деформації згину. Що стосується силового зовнішнього навантаження, яке й визначає НДС трубопроводу, то для

його знаходження необхідно використовувати аналітичні методи, спрямовані на встановлення кореляційного зв'язку між деформаціями і силовим навантаженням.

Особливості прокладання траси висячого газопроводу, а також наявна система натягу канатів дозволяє розробити особливі підходи до визначення НДС висячих газопроводів на підставі геодезичних даних. Однак, точність геодезичних даних обумовлена багатьма факторами, які вносять певні похибки. Так, для лінійних зміщень осі трубопроводу середньоквадратична похибка становить 10-40 мм [5, 6]. Залишається відкритим питання впливу регламентованих похибок геодезичних вимірів на показники напружено-деформованого стану трубопроводу.

#### **Аналіз останніх досліджень і публікацій**

Існуючі сучасні підходи до оцінки НДС трубопроводів здійснюється розрахунковим, експериментальним та експериментально-теоретичним методами [7].

Розрахунковий метод ґрунтується на аналітичному або чисельному розв'язанні диференціальних рівнянь деформованого твердого тіла [8]. Для цього складається розрахункова схема, яка включає дані про геометричні параметри трубопроводу, властивості матеріалів, а також характер зовнішнього навантаження. Метод спрямований на визначення значень всіх компонентів тензора напружень, що дозволяє за сформованими критеріями здійснити загальну оцінку НДС трубопроводу. У зв'язку з тим, що вхідні дані для розрахунків переважно беруться з проектною документації, то отримані теоретичні результати не завжди відповідають реальному стану конструкції.

Експериментальний метод, на відміну від розрахункового, ґрунтується на використанні даних натурних замірів планово-висотного положення трубопроводу [3, 4, 5]. За вимірами координат характерних точок визначається положення його деформованої головної осі. Планово-висотні координати точок газопроводу визначаються одночасними замірами лінійних та кутових величин за допомогою електронного тахеометра [6]. Для збору даних про просторове положення трубопроводів активно запроваджують сучасні технології з використанням високоточного обладнання, серед яких є високоточне нівелювання, спосіб GPS-вимірювань, лінійно-кутові вимірювання, наземне лазерне сканування, інклінометрія, стереофотограмметрія [4, 5]. Критеріями оцінки НДС трубопроводу у даному випадку виступають геометричні

параметри, такі як стріла максимального прогину або радіус кривизни трубопроводу.

Оцінка НДС трубопроводу з використанням лише геометричних параметрів не може бути комплексною, оскільки не передбачає визначення силових факторів, основним з яких є момент згину.

Продовженням даних підходів є експериментально-теоретичний метод оцінки НДС трубопроводу. Важливим компонентом експериментально-теоретичного методу оцінки напружено-деформованого стану газопроводів є використання методів фізичного та математичного моделювання з наступним розв'язанням крайових задач, які дозволяють визначити місця максимально допустимих напружень, а також для кожної ділянки газопроводу визначити можливі характеристики деформацій [9].

Таким чином, особливістю експериментально-теоретичного методу є використання аналітичних рівнянь переходу від експериментальних даних про деформований стан трубопроводу до встановлення факторів його зовнішнього навантаження з отримання величин згинаючих моментів та напружень в стінках трубопроводу.

#### **Постановка завдання**

Прикладом висячих конструкцій є надземний перехід газопроводу Угерське – Івано-Франківськ через р. Свіча (рис. 1). Довжина одного з прольотів сягає 130 м та має 11 утримуючих канатів, які працюють на розтяг і прикладені з інтервалом 8-12 м. Максимальний прогин газопроводу становить 0,2 м.

Особливість розрахунків НДС висячого газопроводу визначається його несучою конструкцією, в якій труба, перебуваючи у підвішеному стані на опорах, додатково утримується гнучкими елементами – канатами. Зусилля від канатної системи прикладені до трубопроводу з певним інтервалом. Тобто утворюється система із зосередженими силами, які у сумі з рівномірно-розподіленим навантаженням від ваги труби і транспортованого продукту визначають НДС висячого трубопроводу. Таким чином, трубопровід є набором дискретних елементів, кожний з яких має свій режим навантаження. Межі утворених елементів співпадають з точками кріпленнями канатної системи до трубопроводу.

Унаслідок значної кількості дискретних елементів ускладнюється задача визначення НДС трубопроводу. Традиційні підходи, які передбачають отримання наближеного рівняння апроксимованої лінії згину трубопроводу [10], приводять до громіздких розрахунків.



**Рисунок 1 – Несучі конструкції газопроводу «Угерське – Івано-Франківськ» на ділянці надземного переходу через р. Свіча**

Серед методів розрахунку систем із дискретними елементами є метод сил з використанням канонічних рівнянь. Дані рівняння, використовуючи параметри жорсткості деформованого тіла, встановлюють аналітичні залежності між силовими факторами зосереджених сил і переміщеннями точок в місцях їх прикладення [11]. Прикладом такого підходу є робота [2], в якій автори визначають напружено-деформований стан балкових переходів із введенням коефіцієнтів жорсткості пружно-податливих опор.

Відмінності методу сил від традиційних підходів полягають у наступному. По-перше, метод не ставить за мету знайти рівняння зігнутої осі балки. Тому тут відсутні операції диференціальних перетворень з функціями зовнішнього навантаження. По-друге, замість рівнянь деформації головної осі використовується лінійна система рівнянь, за якою й розраховуються числові значення переміщень суто в точках прикладення зосереджених сил.

На теоретичному рівні канонічні рівняння використовуються для знаходження деформації згину пружної балки при відомих силових факторах зовнішнього навантаження. Застосування канонічних рівнянь передбачає використання пружно-податливих параметрів трубопроводу, які розраховуються теоретично. Що стосується застосування методу сил в оцінці НДС висячого трубопроводу, то тут дана процедура полягає

у зворотних діях. Спочатку на експериментальному рівні з проведенням геодезичної зйомки визначаються просторові координати твірних трубопроводу. За отриманими експериментальними даними розраховуються геометричні параметри змішень, тобто деформації прогину. Власне деформації прогину й виступають як вхідні параметри канонічних рівнянь. А за модифікованим методом сил можна перейти і до значення невідомих силових факторів.

Однак, у даному випадку використання методу потребує його адаптації у зв'язку із наявними похибками у значеннях прогинів трубопроводу. Справа у тому, що чисто теоретичні дані зовнішнього навантаження дають фізичну лінію згину, рівняння якої отримало назву сплайн [12]. В цьому випадку координати точок деформованої осі знаходяться строго на лінії сплайну. Похибки в даних, безумовно, призведуть до зміщення точок від лінії сплайн (що є рівносильно порушенню фізичних принципів деформації згину), а також й до порушення обумовленості методу [13].

Тому запровадження нових підходів для визначення напружено-деформованого стану висячих газопроводів є актуальним питанням, практичною складовою якого є мінімізація впливу похибок отриманих геодезичних даних на критерії оцінки НДС трубопроводу.

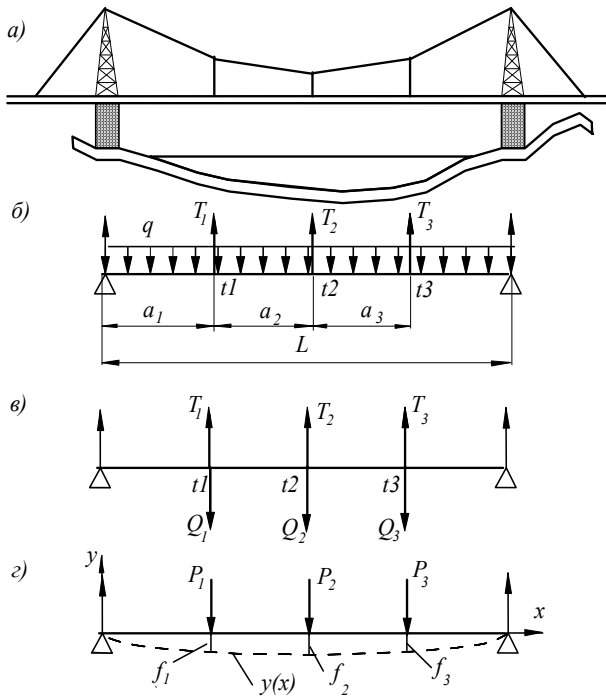
**Мета дослідження** полягає у розробці особливих методичних підходів для визначення напружено-деформованого стану висячого газопроводу за величинами деформації з урахуванням їх відносних похибок, які регламентовані геодезичними вимірами.

#### **Виклад основного матеріалу дослідження**

Розглянемо спрощену розрахункову схему висячого трубопроводу 1, в який кількість утримуючих канатів 2 зведено до трьох (рис. 2а). На висячий трубопровід діє рівномірно-розподілене навантаження  $q$  від ваги труби і транспортованого продукту, а також зосереджені сили в опорах 3 і зусилля  $T_1$ ,  $T_2$  і  $T_3$  в точках 1, 2 і 3 кріплення несучих канатів до труби (рис. 2б).

Здійснимо еквівалентну заміну рівномірно-розподіленого навантаження  $q$  на зосереджені сили тяжіння  $Q_1$ ,  $Q_2$  і  $Q_3$ , прикладені в точках 1, 2 і 3 кріплення несучих канатів. Еквівалентність сил тяжіння відповідатиме умові рівності, а саме:  $Q_1 + Q_2 + Q_3 = qL$ . Тоді в точках кріплення канатів до труби будуть прикладені умовні силові фактори (рис. 2 в, г)

$$P_i = Q_i - T_i \quad (1)$$



**Рисунок 2 – Розрахункова схема дискретної моделі «трубопровід-несучі канати»**

Власне умовні силові фактори  $P_i$  виступають як невідомі величини НДС трубопроводу. З іншої сторони, геодезичні виміри дозволяють експериментальним шляхом встановити значення деформацій у вигляді переміщень точок твірної 1, 2 і 3, які позначимо як  $f_1, f_2$  і  $f_3$ . Тоді до спрощеної дискретної моделі «трубопровід-несучі канати» (рис. 2 в, г) можуть бути застосовані відомі канонічні рівняння сил, які у модифікованому вигляді запишуться так:

$$\begin{aligned} P_1\delta_{11} + P_2\delta_{12} + P_3\delta_{13} &= f_1; \\ P_1\delta_{21} + P_2\delta_{22} + P_3\delta_{23} &= f_2; \\ P_1\delta_{31} + P_2\delta_{32} + P_3\delta_{33} &= f_3, \end{aligned} \quad (2)$$

$\delta_{im}$  – переміщення у напрямку  $i$ -го силового фактору, викликане одиничною силою.

Рівняння(2) може бути записано у матричній формі через матрицю впливу  $\delta$ :

$$\delta \cdot P = f, \quad (3)$$

де  $\delta = \begin{pmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} & \delta_{13} \\ \delta_{21} & \delta_{22} & \delta_{23} \\ \delta_{31} & \delta_{32} & \delta_{33} \end{pmatrix}$  – матриця впливу;

$P = \begin{pmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{pmatrix}$  – вектор силових факторів.

Розв’язок рівняння (3) є вектор переміщень

точок 1, 2 і 3  $f = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{pmatrix}$ .

Матриця впливу у рівнянні (3) безпосередньо характеризує пружні параметри трубопроводу і виступає важливим показником експериментально-теоретичного методу в розрахунках НДС.

Таким чином, рівняння (3) дозволяє визначити переміщення в точках прикладання зосереджених сил при відомих силових факторах.

Однак, реальні задачі визначення НДС всякого трубопроводу зводяться до зворотних дій. Ситуація виглядає наступним чином: невідомими величинами є сили зовнішнього навантаження, значення яких потрібно встановити за показниками деформації. Самі ж деформації попередньо визначаються експериментальними методом з використанням геодезичних приладів.

В цьому випадку для знаходження силових факторів  $P$  рівняння (3) може бути переписано у вигляді

$$P = \delta^{-1} \cdot f, \quad (4)$$

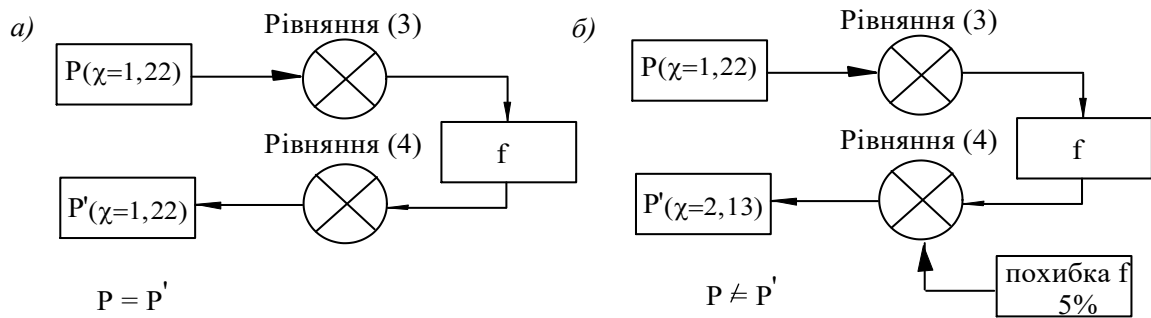
де  $\delta^{-1}$  – обернена матриця податливості.

Здавалося б, що рівняння (4) є взаємозворотнім по відношенню до рівняння (3) і без проблем дозволить визначати прикладені силові фактори за вимірними переміщеннями.

І справді, якщо умовно задати три сили вектором  $P$ , що діють на систему, і знайти вектор деформації  $f$  в трьох точках за рівням (3), а пізніше виконати зворотню дію з використанням рівняння (4), то ми отримаємо ідентичні силові фактори у вигляді вектора  $P'$ . Розрахунок свідчать, що запропоноване рівняння (4) ідеально відтворює силові фактори, якщо відсутні похибки в експериментальних даних геодезичних вимірах. Підтвердженням цього є результати тестової перевірки рівнянь (3–4), а саме рівність величин початкових і вихідних силових факторів  $P = P'$ , а також стабільність коефіцієнта нерівномірності навантаження  $\chi = P_{\max}/P_{\min} = 1,22$  (рис. 3а).

Тепер проведемо аналогічний розрахунок із внесенням похибок у переміщення. Як і у попередньому випадку, щоб отримати значення силових факторів при похибці у 5 % скористаємося рівнянням (4). Результат буде зовсім іншим: вихідні силові фактори суттєво відрізняються від тих, що були прийняті на початку наших досліджень  $P \neq P'$ , а коефіцієнт нерівно-





а) вхідними даними є теоретичні переміщення (без похибок);  
 б) вхідні дані переміщень взято з похибкою у 5 %

**Рисунок 3 – Структурна схема тестової перевірки рівняння (4) на обумовленість**

мірності навантаження зростає до 75 % і становить  $\chi = 2,12$  (рис. 3б).

Таким чином, наявні похибки деформацій вносять суттєвий дисбаланс при у визначення реальних навантажень. На описаному тестовому прикладі маємо явну ознаку порушення принципу обумовленості задачі, який полягає у твердженні: «невеликі зміни вхідних величин не повинні призводити до різких змін вихідних параметрів» [13].

Спробуємо пояснити порушення принципу обумовленості задачі. Представимо рівняння (4) у вигляді двох частин: деформацій з точними значеннями переміщень ( $P_T, f_T$ ) і додатковим у вигляді самих лише похибок ( $\Delta P, \Delta f$ ):

$$P_T + \Delta P = -\delta^{-1} \cdot (f_T + \Delta f). \quad (5)$$

Лінійну систему рівнянь (5) можна подати у вигляді двох окремих систем. Перша система – від дії переміщень з їх точними значеннями без похибок (6а), а друга складається лише з самих похибок переміщень (6б):

$$P_T = -\delta^{-1} \cdot f_T, \quad (6a)$$

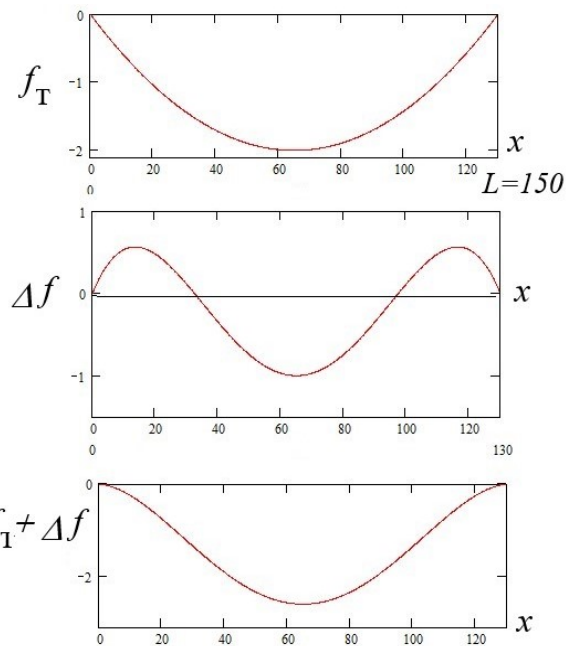
$$\Delta P = -\delta^{-1} \cdot \Delta f. \quad (6b)$$

Розв'язок відокремлених систем рівнянь (6а) і (6б) наступний. Очевидно, що розв'язок першої системи (6а) буде співпадати з розв'язком рівняння (4), так як похибки переміщень вважаються нульовими. Отримані значення силових факторів  $P_{Ti}$  дозволили відобразити теоретичну деформовану вісь трубопроводу на рис. 4а.

Що стосується рівняння (6б), то його праві частини складаються лише з похибок. Як вже ж наголошувалося в точках 1 і 3 похибки прийняті нулю, а в точці 2 задана відносна похибка деформації становить 5 %. Прийнята умова матиме наступні обмеження:

$$\text{в точці 1 і 3 значення похибок } \Delta f_1 = \Delta f_3 = 0, \quad (7)$$

$$\text{а в точці 2 похибка } \Delta f_2 = 0,05f_2.$$



а) у вигляді сплайну при точних значення даних;  
 б) порушення сплайну при внесенні похибок;  
 в) результат накладання графіків а) і б)

**Рисунок 4 – Графіки деформації головної осі трубопроводу**

За розв'язком рівняння (6б) отримуємо силові фактори  $\Delta P_i$ , яким відповідає зігнута вісь трубопроводу на рис. 4б. Як видно з рисунку, відповідно до умови (7), вісь трубопроводу в точках 1 і 3 проходить через нульове значення, а це можливо, коли силові фактори  $\Delta P_1$  і  $\Delta P_3$  змінюють свій напрямок на протилежний.

Наявний графік зігнутої головної осі (рис. 4б) відображає явне відхилення від лінії сплайну, що є порушенням фізичних принципів деформації твердого тіла.

Результат накладання двох графіків рис. 4а і рис. 4б показано на рис. 4в, який відповідає випадку розв'язку рівняння (5). Оскільки кінцева лінія деформації буде результатом сумування

теоретичних переміщень з їх величинами похибок  $f + \Delta f$ , то і результат силових факторів теж знаходиться як сума  $P + \Delta P$ . Поява додаткової величини  $\Delta P$  вносить суттєвий дисбаланс, і не відповідає реальному режиму навантаження.

Причиною таких відхилень і втрати обумовленості задачі є порушення принципу мінімуму потенціальної енергії деформації зігнутої осі трубопроводу [11, 14].

Таким чином, виконання умови (7) призводить до порушення енергетичного принципу мінімуму потенціальної енергії деформації. Іншими словами, зігнута вісь трубопроводу (рис. 4в) при прагненні виконання умови (7), тобто проходження графіка через задані точки, набуває форми, яка не відповідає принципу мінімуму потенціальної енергії деформації.

Усунення зазначеного недоліку можливе шляхом використання алгоритму, основним змістом якого повинна стати можливість застосовувати процедури згладжування до геодезичних даних з похибками та подальшим їх наближенням до лінії сплайну зігнутої осі.

Виходячи з цього, можуть бути сформовані основні принципи алгоритму розрахунку показників НДС висячих газопроводів при наявних похибках в геодезичних даних. По-перше, алгоритм повинен дотримуватися принципу мінімуму потенціальної енергії деформації. По-друге, пошук силових факторів має здійснювати із заданого факторного простору з використанням системи рівнянь (3), розв'язок якої бездоганно відтворює сплайнову форму деформації. По-третє, алгоритм повинен будуватися за ітераційним циклом з урахуванням початкової умови за зразком (7). Наступні цикли ітерації повинні спрямувати пошук на виконання принципу мінімуму потенціальної енергії деформації.

На прикладі розрахункової схеми (рис. 2) розглянемо принципи алгоритму пошуку значень трьох силових факторів за вимірними переміщеннями у точках їх прикладення. Для цього систему лінійних рівнянь (3) доповнимо додатковими умовами, перетворивши її тим самим у надлишково-визначену систему рівнянь [15]. Це означатиме, що зазначена система рівнянь не може мати точного розв'язку, а має деяку область наближених, з якої за сформованими критеріями обиратимуть найкращий варіант.

У зв'язку з тим, що експериментальні дані деформацій містять в собі похибки, то на графіку, як вже було показано, точки будуть розміщені з деякими відхиленнями від лінії сплайну. Першою умовою є наближення координат

до лінії сплайну шляхом мінімізації цих відхилень за МНК [15]

$$\sum_{i=1}^3 [y(x_i) - f_i]^2 \rightarrow \min. \quad (8)$$

Наступна умова пов'язана із реалізацією принципу мінімуму потенціальної енергії деформації.

Наявність експериментальних даних деформованої осі трубопроводу містить значення координат в п'яти точках: дві крайні опори і три проміжні точки. Матриця координат деформованої осі трубопроводу запишеться у вигляді

$$\begin{aligned} \mathbf{X} &= (0, a_1, a_1 + a_2, a_1 + a_2 + a_3, L)^T, \\ \mathbf{Y} &= (0, f_1, f_2, f_3, L)^T. \end{aligned} \quad (9)$$

На основі матриць переміщень (9) може бути побудований поліном четвертого порядку деформованої осі трубопроводу у вигляді:

$$y(x) = b_0 + \sum_{i=1}^4 b_i \cdot x^i,$$

який дозволить після проведення математичних операцій отримати значення потенціальної енергії трубопроводу  $U_p$  за даними експериментальних досліджень [14]:

$$U_p = \frac{1}{2EJ} \int_0^L [M(x)]^2 dx = \frac{EJ}{2} \int_0^L [y''(x)]^2 dx, \quad (10)$$

де  $EJ$  – жорсткість трубопроводу.

З іншої сторони, вираз потенціальної енергії для дискретно розміщених сил наступний [16]

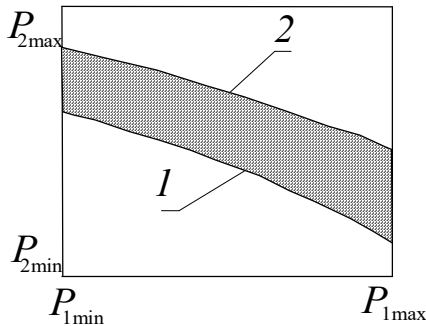
$$U_v = \frac{1}{2} \left( P_1^2 \cdot \sum_{i=1}^3 \delta_{1i} + P_2^2 \cdot \sum_{i=1}^3 \delta_{2i} + P_3^2 \cdot \sum_{i=1}^3 \delta_{3i} \right). \quad (11)$$

Показник потенціальної енергії має невисоку чутливість до похибок, тому можна записати рівність  $U_p = U_v$ .

Умова рівності виразів потенціальних енергій деформації (10), (11), з однієї сторони, виступає як згладжувальний фактор експериментальних даних, а, з другої, – дозволяє значно скороти кількість комбінацій силових факторів при пошуку багатоваріантного розв'язку системи рівнянь (3) шляхом відкидання тих комбінацій, які не відповідають умові  $U_p = U_v$ .

Крім того, при трьох силових факторах навантаження використання умови рівності потенціальної енергії деформації дозволяє подати факторний простір силових факторів на площині у вигляді графіка (рис. 5). Для цього один із силових факторів подамо залежно від двох інших:

$$P_2 = f(P_1, P_3), \quad (\text{при } U_p = U_v). \quad (12)$$



**Рисунок 5 – Формування факторного простору силового навантаження за принципом мінімуму потенціальної енергії деформації висячого трубопроводу**

Тоді факторний простір можна буде зобразити у вигляді графіка, осями координат якого є силові фактори  $P_1$  і  $P_2$ , а силовий фактор  $P_3$  виступає як параметр і відображається на графіку у вигляді ізоліній. Границі ізоліній – 1, 2, що обмежують простір третім силовим фактором  $P_3$  при його крайніх можливих значеннях  $P_{3min}$  і  $P_{3max}$ .

В межах утвореного факторного простору ведеться пошук сприятливих варіантів силового навантаження трубопроводу. З використанням рівняння (3) і умови рівності потенціальної енергії деформації (12) формується набір можливих варіантів силового навантаження, які надають деформованій осі трубопроводу вигляд лінії сплайну. Остаточний вибір силових факторів здійснювався за МНК з використанням критерія (8), згідно з яким досягається найкраще наближення експериментальних даних до координат відповідних точок на лінії сплайну.

Досягнуті результати засвідчили, що при відносній похибці геодезичних вимірів у 5% силові фактори відрізняються від реальних не більше ніж на 18%. В той же час основний показник напружено-деформованого стану – максимальний згинаючий момент – залишається більш стабільним з похибкою до 6%.

Запропоновані підходи оцінки НДС висячих трубопроводів дозволяють, крім того, визначати натяги утримуючих канатів, а сама методика може бути корисна при визначенні напружено-деформованого стану висячого газопроводу Угерське – Івано-Франківськ з урахуванням похибок геодезичних вимірів.

### Висновки

Сформульовано загальні особливості визначення напружено-деформованого стану висячих газопроводів, якщо зазначена процедура здійснюється на основі даних геодезичних ви-

мірів зміщень з урахуванням їх наявних відносних похибок. Створено спрощену дискретну модель «трубопровід-утримуючі канати», до якої рекомендовано застосувати канонічні рівняння методу сил. Тестові результати оцінки напружено-деформованого стану показали появу випадків, що призводять до порушення фізичних принципів деформованого стану. Встановлено, що відхилення лінії головної осі від сплайну деформації призводить до порушення принципу мінімуму потенціальної енергії деформації. Причинами даних наслідків є наявність похибок в геодезичних даних величин деформацій.

Запропоновано ітераційний алгоритм із введенням процедур згладжування. Пошук невідомих силових факторів здійснюється в межах заданого факторного простору за сформованими критеріями.

Отримані результати показали, що при відносній похибці геодезичних вимірів у 5% силові фактори відрізняються від реальних не більше ніж на 18%. В той самий час основний показник напружено-деформованого стану величина максимального згинаючого моменту залишаються більш стабільним – з похибкою до 6%.

### Література

1. Дорошенко Я.В. Спорудження магістральних трубопроводів: підручник. Івано-Франківськ: ІФНТУНГ, 2009. 563 с.
2. Пиріг Т.Ю., Дорошенко Я.В., Матвійчук Я.І. Дослідження напружено-деформованого стану балкових переходів з підтримуючим елементом робочого трубопроводу у вигляді ферми. *Розвідка та розробка нафтових і газових родовищ*. 2020. № 3(76). С. 71-84.
3. Нікітенко К.О. Сучасні методи моніторингу технічного стану газопровідних систем. *Містобудування та територіальне планування*, 2018. Вип. 67. С. 321-322.
4. Gas pipeline surface subsidence dynamics with in Kalush-Golyn salt deposit / U. O. Dzoba, K. O. Burak, E. D. Kuzmenko, S. M. Bagriy, V. V. Kostiv, M. Y. Hrynishak : *XVIII th International Conference "Geoinformatics: Theoretical and Applied Aspects"* 13-16 May, Kiev, Ukraine.
5. Чибіряков В.К., Староверов В.С., Нікітенко К.О. Оцінка напружено-деформованого стану магістрального газопроводу для визначення геодезичної точності вимірювання. *Містобудування та територіальне планування*. 2018. № 67. С. 731-737.
6. Тревого І.С., Ільків Є.Ю., Кухтар Д.В. Геодезичний контроль деформацій споруд ма-



гістральних газопроводів: монографія. Івано-Франківськ: ІФНТУНГ, 2019. 181 с.

7. Ляпичев Д.М., Житомирский Б.Л. Современные подходы к организации мониторинга напряжённо-деформированного состояния технологических трубопроводов компрессорных станций. *Газовая промышленность*. 2016. № 11. С. 46–53.

8. Айнбиндер А.Б., Камерштейн А.Г. Расчет магистральных трубопроводов на прочность и устойчивость. М.: Недра, 1982 г., 341 с.

9. Numerical Investigation on Erosion Wear and Strength of Main Gas Pipelines Bends / Ya.V. Doroshenko, G.M. Kogut, I.V. Rybitskyi, O.S. Tarayevskyy, T.Yu. Pyrig. *Physics and Chemistry of Solid State*. 2021 V. 22. No 3. P. 551-560.

10. Олійник А.П., Мартинюк Х.В. Оцінка точності апроксимації осей трубопроводів в залежності від параметрів процедури згладжування експериментальних даних. *Розвідка та розробка нафтових та газових родовищ*. 2005. № 3(76) . С. 48–51.

11. Баженов В.А. Будівельна механіка. К.: 2000. 670 с.

12. Шикин, Е.В., Каменецкий М.М. Кривые на плоскости и в пространстве. М.: Фазис, 1997. 325 с.

13. Горошко А.В. Підвищення ефективності розв'язання обернених задач, що описуються лінійними моделями. *Вісник Хмельницького національного університету*. 2014. № 5. С. 44-49.

14. Беляев Н.М. Сопrotивление материалов. Главная редакция физико-математической литературы. М: Наука 1976. 608 с.

15. Williams G., Overdetermined systems of linear equations. *Amer. Math. Monthly*, 97 (1990), 511-513.

16. Бидерман В.Л. Теория механических колебаний: Учебник для вузов. М.: Высш. Школа, 1980, 408 с.

### References

1. Doroshenko Ya.V. Sporudzhenia mahistralnykh truboprovodiv: pidruchnyk. Ivano-Frankivsk: IFNTUNH, 2009. 563 p. [in Ukrainian]

2. Pyrih T.Iu., Doroshenko Ya.V., Matviichuk Ya.I. Doslidzhennia napruzhenno-deformovanoho stanu balkovykh perekhodiv z pidtrymuiuchym elementom robochoho truboprovodu u vyhliadi fermy. *Rozvidka ta rozrobka naftovykh i hazovykh rodovyshch*. 2020. No 3(76). P. 71-84. [in Ukrainian]

3. Nikitenko K.O. Suchasni metody monitorynhu tekhnichnoho stanu hazoprovodnykh system. *Mistobuduvannia ta terytorialne planuvannia*, 2018. Vol. 67. P. 321-322.

4. Gas pipeline surface subsidence dynamics with in Kalush-Golyn salt deposit / U. O. Dzoba, K. O. Burak, E. D. Kuzmenko, S. M. Bagriy, V. V. Kostiv, M. Y. Hrynishak : *XVIII th International Conference "Geoinformatics: Theoretical and Applied Aspects"* 13-16 May, Kiev, Ukraine.

5. Chybiriakov V.K., Staroverov V.S., Nikitenko K.O. Otsinka napruzhenno-deformovanoho stanu mahistralnoho hazoprovodu dlia vyznachennia heodezychnoi tochnosti vymiriuvannia. *Mistobuduvannia ta terytorialne planuvannia*. 2018. No 67. P. 731-737. [in Ukrainian]

6. Trevoho I.S., Ilkiv Ye.Iu., Kukhtar D.V. Heodezychnyi kontrol deformatsii sporud mahistralnykh hazoprovodiv: monohrafiia. Ivano-Frankivsk: IFNTUNH, 2019. 181 p. [in Ukrainian]

7. Lyapichev D.M., Zhitomirskiy B.L. Sovremennyye podhodyi k organizatsii monitoringa napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya tehnologicheskikh truboprovodov kompressornykh stantsiy. *Gazovaya promyshlennost*. 2016. No 11. P. 46–53. [in Russian]

8. Aynbinder A.B., Kamershteyn A.G. Raschet magistralnykh truboprovodov na prochnost i ustoychivost. M.: Nedra, 1982 , 341 p. [in Russian]

9. Numerical Investigation on Erosion Wear and Strength of Main Gas Pipelines Bends / Ya.V. Doroshenko, G.M. Kogut, I.V. Rybitskyi, O.S. Tarayevskyy, T.Yu. Pyrig. *Physics and Chemistry of Solid State*. 2021 V. 22. No 3. P. 551-560.

10. Oliinyk A.P., Martyniuk Kh.V. Otsinka tochnosti aproksymatsii osej truboprovodiv v zalezhnosti vid parametriv protsedury zghladzhuvannia eksperymentalnykh danykh. *Rozvidka ta rozrobka naftovykh ta hazovykh rodovyshch*. 2005. No 3(76) . P. 48–51. [in Ukrainian]

11. Bazhenov V.A. Budivelna mekhanika. K.: 2000. 670 p. [in Ukrainian]

12. Shikin, E.V., Kamenetskiy M.M. Krivyye na ploskosti i v prostranstve. M.: Fazis, 1997. 325 p. [in Russian]

13. Horoshko A.V. Pidvyshchennia efektyvnosti rozv'iazannia obrnennykh zadach, shcho opysuiutsia liniinymy modeliamy. *Visnyk Khmelnytskoho natsionalnoho universytetu*. 2014. No 5. P. 44-49. [in Ukrainian]

14. Belyaev N.M. Soprotivlenie materialov. Glavnaya redaktsiya fiziko-matematicheskoy literatury. M: Nauka 1976. 608 p. [in Russian]

15. Williams G., Overdetermined systems of linear equations/ *Amer. Math. Monthly*, 97 (1990), 511-513.

16. Biderman V.L. Teoriya mehanicheskikh kolebaniy: Uchebnyk dlya vuzov. M.: Vyssh. Shkola, 1980, 408 p. [in Russian]