1. Назвемо послідовність (a_n), $n \in N$, натуральних чисел a_n майже геометричною прогресією, якщо $\left|a_n^2 - a_{n-1} \cdot a_{n+1}\right| = 1$ для всіх $n \geqslant 2$. Найпростішою майже геометричною прогресією є послідовність $a_n = n$. Внаслідок рівності Кассіні прикладом ще однієї майже геометричної прогресії є послідовність Фібоначчі. Нами описані всі майже геометричні прогресії, які визначаються рекурентними співвідношеннями другого порядку вигляду:

$$a_1 = 1,\ a_2 = a,\ a_{n+2} = \alpha a_{n+1} + \beta a_n.$$

2. Розглянемо послідовність

$$(a_n)_{n\geqslant 1} :\ a_1 = 0,\ a_2 = \alpha,\ a_n = \lambda a_{n-1} + \mu a_{n-2},\ n \geqslant 3.$$

Нехай $\alpha = 2^k\left(2^k+1\right)$, $\lambda = 2^k - 1$, $\mu = 2^k$, де k – натуральне число. Тоді для кожного простого числа p число a_p ділиться без остачі на p.

Справедливе й загальніше твердження: для кожного простого числа p та довільного натурального числа m числа a_{p^m} діляться без остачі на p.

3. Послідовністю Фібоначчі називають послідовність, яка визначається рівностями: $F_1 = F_2 = 1$, $F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$, $n \in \mathbb{N}$.

Доведено теорему: для того, щоб сума будь-яких $m \geqslant 2$ послідовних чисел Фібоначчі ділилася на m, необхідно і достатньо, щоб $F_m \equiv 0\,(mod m)$ та $F_{m+1} - 1 \equiv 0\,(mod m)$. Як наслідок, обґрунтовано, що разом з m, кратним 6, умови цієї теореми задовольняє також $2m$. Знайдені ланцюжки таких m: 1) $m = 12\cdot 2^k$, $k \in \mathbb{N}$. 2) $m = 36\cdot 2^k$, $k \in \mathbb{N}$. 3) $m = 60\cdot 2^k$, $k \in \mathbb{N}$. 4) $m = 168\cdot 2^k$, $k \in \mathbb{N}$ тощо.

Твердження теореми та наслідку з неї залишаються справедливими для довільних послідовностей вигляду: $a_1 = a_2 = 1$, $a_{n+1} = a_n + \mu a_{n-1}$, $n \geqslant 2$, де μ — довільне непарне натуральне число, взаємно просте з m. Зокрема для $\mu = 6n - 1$, $n \in \mathbb{N}$ отримано ланцюжок: $m = 3 \cdot 2^k$, $k \in \mathbb{N}$, а для $\mu = 6n + 1$, $n \in \mathbb{N}$, – ланцюжок: $m = 12 \cdot 2^k$, $k \in \mathbb{N}$.

АСИМПТОТИКА ЛЕБЕГОВИХ СЕРЕДНІХ ЛОГАРИФМІВ МОДУЛІВ ОБМЕЖЕНИХ АНАЛІТИЧНИХ ФУНКЦІЙ

Чижиков Ігор

ЛНУ ім. І.Франка

chyzhykov@yahoo.com

Відомо, що кожна функція $F \in H^\infty$, $F(0) \neq 0$, $|F(z)| < 1$, $z \in \mathbb{D} = \{z : |z| < 1\}$, зображається у вигляді

$$F(z) = B(z)\exp\left(-\int_{-\pi}^{\pi} \frac{e^{it}+z}{e^{it}-z}\,d\psi(t)\right),$$

де ψ — неспадна функція на $[-\pi, \pi]$, (a_n) така, що $\sum_n(1-|a_n|) < \infty$,

$$B(z) = \prod_{n=1}^{\infty} \frac{\overline{a_n}(a_n - z)}{|a_n|(1 - z\overline{a_n})}.$$

— добуток Бляшке.

Для борелевої множини $M \subset \overline{\mathbb{D}}$ такої, що $M \cap \partial\mathbb{D}$ вимірна за Лебегом на $\partial\mathbb{D}$, *повна міра* $\lambda_{\ln|F|}$ *функції* $\ln|F|$ *в сенсі Гришина* визначається рівністю

$$\lambda_{\ln|F|}(M) = \sum_{a_n \in M} (1 - |a_n|) + \psi^*(M \cap \partial\mathbb{D}).$$

де ψ^* — міра Стілтьєса, асоційована з ψ. Нехай для $p \geqslant 1$

$$m_p(r, \ln|F|) = \left(\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} |\ln|F(re^{i\theta})||^p \, d\theta\right)^{\frac{1}{p}}, \quad 0 < r < 1.$$

У випадку $1 \leqslant p < \infty$ критерій обмеженості $m_p(r, \ln|B|)$ встановлено Я.В. Микитюком і Я.В.Васильківим 2000 року.

Нехай $C(\varphi, \delta) = \{\zeta \in \overline{\mathbb{D}} : |\zeta| \geqslant 1 - \delta, |\arg\zeta - \varphi| \leqslant \pi\delta\}$.

Теорема 1. *Нехай* $f \in H^\infty$, $\gamma \in (0, 2)$, $p \in (1, \infty)$. *Для того, щоб*

$$m_p(r, \log|F|) = O((1-r)^{\gamma-1}), \quad r \uparrow 1$$

необхідно і достатньо, щою

$$\left(\int_{-\pi}^{\pi} \lambda_{\ln|F|}^p(C(\varphi, \delta))\, d\varphi\right)^{\frac{1}{p}} = O(\delta^\gamma), \quad 0 < \delta < 1.$$

ОПЕРАТОРНЕ ЧИСЛЕННЯ ДЛЯ ЗЛІЧЕННОГО НАБОРУ НЕКОМУТУЮЧИХ ОПЕРАТОРІВ НАД СИМЕТРИЧНИМ ПРОСТОРОМ ФОКА

Шарин Сергій

Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника

sharyn.sergii@gmail.com

Для зліченного набору генераторів сильно неперервних груп операторів, заданих на гільбертовому просторі $\mathcal{H}$, ми будуємо операторне числення, що задане на симетричному просторі Фока $\Gamma(\mathcal{H}) := \bigoplus_{n\in\mathbb{Z}_+} \mathcal{H}^{\hat{\otimes} n}$.