де r — внутрішній радіус НКТ, [м]; L — довжина труби, [м]; ρ - густина нафти, [кг/м]; λ — коефіцієнт теплопровідності НКТ; Nu — число Нусельта, $\Delta t = t_{(\text{вих.н})} - t_{(\text{вх.н})}$ — різниця температур, на яку потрібно нагріти нафту, що тече в НКТ, [$^\circ C$], $t_{(\text{вих.н})}$ — температура нафти на виході з ділянки труби, що вкрита нагрівачем, [C]; $t_{(\text{вх.н})}$ — температура нафти на вході в ділянку труби, що вкрита нагрівачем, [C]; c_p — питома теплоємність нафти, [Дж/кг·С]; $\overline{V} = W/S$ — середня по площині поверхні поперечного перерізу труби швидкість [м/с]; W — масова витрата,[кг/с];

Розподіл середньомасової температури на ділянці труби, що нагрівається, зі сталими потоками на стінці вздовж течії:

$$\bar{t} = t_{(\text{вх.н})} + \left(t_{(\text{вих.н})} - t_{(\text{вх.н})}\right) \cdot x/L.$$

Розподіл температури на поверхні електрокерамічного нагрівника вздовж потоку нафти: $t_{\text{н}} = \bar{t} + \frac{q_{\text{вн}}\delta_r}{\lambda}$, де $q_{\text{вн}} = -\lambda\frac{\bar{t}-t_{\text{н}}}{\delta_r}$ — тепловий потік на зовнішній границі труби; δ_r — товщина стінки труби.

Результати проведених досліджень свідчать про високу ефективність застосування постовбурних керамічних нагрівників для прогріву поверхні труб з метою підвищення температури нафти. Визначено оптимальну локалізацію нагрівника на НКТ для кожної вибраної глибини місцезнаходження нагрівника та визначеної різниці температур на вході в ділянку, що обігрівається, і на виході з нього, а також допустиму потужність електричного нагрівника і температуру на його поверхні.

Література

[1] Байбаков М.К.,Гарушев Г.Р. *Теплові методи розробки нафтових родовищ.* – М.: Надра, 1988. – 343с.

[2] Кудинов В.І. Удосконалення теплових методів розробки родовищвисоков'язких нафт. – М.: Нафта та газ. – 1996. – 285с.

ІСНУВАННЯ ОПТИМАЛЬНОГО КЕРУВАННЯ НА НЕСКІНЧЕННОМУ ПРОМІЖКУ ДЛЯ СИСТЕМ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯННЬ З ІМПУЛЬСНОЮ ДІЄЮ У НЕФІКСОВАНІ МОМЕНТИ ЧАСУ

[1]Станжицький Олександр, [2]Івашкевич Анна

Київський національний університет імені Тараса Шевченка

[1]ostanzh@gmail.com, [2]annatytarenko@bigmir.net

Розглядається задача оптимального керування системою диференціальних рівнянь з імпульсною дією

$$\dot{x} = A(x,t) + B(x,t)u,\ x \notin S$$
$$\Delta x\Big|_{x\in S} = g(x) \tag{1}$$
$$x(0) = x_0$$

з критерієм якості

$$J(u) = \int_0^{\infty} \nu(t)L(t,x(t),u(t))dt \to inf, \tag{2}$$

де S – деяка гіперповерхня в R^d, $x_0 \in R^d$ – фіксований вектор, $L(t,x,u)$ – обмежена функція , $t \in [0,\infty)$, $u \in U \subset R^m$, U – замкнена, опукла множина в R^m, $0 \in U$. $A(x,t)$ – d-мірна вектор-функція, $B(x,t)$ – $d\times m$-мірна матриця, g – d-мірна вектор-функція.

Нехай функції $A(x,t)$, $B(x,t)$ – неперервні за сукупністю змінних $t \in [0,\infty), x \in R^d, g(x)$ – неперервна за $x \in R^d$. Будемо вважати, що для них виконана умова лінійного по x росту, тобто існує стала $K > 0$ така, що для $t \in [0,\infty)$ і $x \in R^d$:

$$|A(x,t)| \leqslant K(1+|x|),\ \|B(x,t)\| \leqslant K(1+|x|),\ |g(x)| \leqslant K(1+|x|) \tag{3}$$

тут $|.|$ – евклідова норма вектора, $\|.\|$ – норма матриці, узгоджена з нормою вектора.

Функції $L(t,x,u)$, $L_x(t,x,u)$ та $L_u(t,x,u)$ є неперервними за сукупністю змінних для будь-яких $t \in [0,\infty)$, $x \in R^d$ та $u \in U$ і задовольняють наступні умови:

1) $L(t,x,u) \geqslant 0$, для будь-яких $t \in [0,\infty)$, $x \in R^d$ та $u \in U$;

2) існують такі сталі $R > 0$ та $p > 2$, що для будь-яких $t \in [0,\infty)$, $x \in R^d$ та $u \in U$ виконується нерівність

$$L(t,x,u) \geqslant R(1+|u|^p)$$

3) існує таке $M > 0$, що для будь-яких $t \in [0,\infty)$, $x \in R^d$ та $u \in U$ виконується

$$|L_x(t,x,u)| + |L_u(t,x,u)| \leqslant M(1+|u|^{p-1})$$

4) $L(t,x,u)$ опукла по u для будь-яких фіксованих $t \in [0,\infty)$, $x \in R^d$. Допустимими для задачі (1), (2) вважаються керування $u = u(t)$ такі, що:

a) $u(t) \in L_p([0,\infty)), u(t) \in U, t \in [0,\infty)$;

b) існує стала $C_1 > 0$, яка не залежить від $u(t)$ з виконанням умови

$$\int_0^\infty |u(t)|^p dt \leqslant C_1$$

Множину допустимих керувань будемо називати допустимою для задачі (1), (2) і позначимо її через F.

Будемо вважати, що гіперповерхня S є компактом і задається рівнянням $s(x) = 0$, де s – неперервна функція.

Доведена наступна теорема.

Теорема. *В системі (1) з критерієм якості (2), для функцій $A(x,t)$, $B(x,t)$, $\nu(t)$ і $L(t,x,u)$ виконується умова (3) та 1)-3). Функція $\nu(t) \in L_1([0,\infty))$, $0 \leqslant \nu(t) \leqslant 1$ для будь-якого $t \geqslant 0$. Тоді задача (1), (2) має розв'язок в класі допустимих керувань F, тобто існує допустиме керування $u^*(t)$, що мінімізує критерій якості (2).*

Інтегро-динамічні системи з імпульсним впливом на часовій шкалі

Страх Олександр

Сумський державний педагогічний університет ім. А. С. Макаренка

strah_o@ukr.net

Розглядається питання про існування і побудову розв'язків неоднорідної системи інтегро-динамічних рівнянь з імпульсним впливом на часовій шкалі наступного типу:

$$x^\Delta(t) - \Phi(t)\int_a^b \left[A(s)x(s) + B(s)x^\Delta(s)\right]\Delta s = f(t), \quad t \in [a,b]_{\mathbb{T}}, \tag{1}$$

$$A_i x(\tau_i + 0) = B_i x(\tau_i - 0) + a_i, \quad i = 1,\dots,p, \quad \tau_i \in (a,b)_{\mathbb{T}}, \tag{2}$$

де $[a,b]_{\mathbb{T}} := [a,b] \cap \mathbb{T}$, $\mathbb{T}$ — задана часова шкала, $A(t), B(t)$ — $(m \times n)$-, $\Phi(t)$ — $(n \times m)$-вимірні матриці та $f(t)$ — $(n \times 1)$-вимірна вектор-функція, компоненти яких належать простору $L_2([a,b)_{\mathbb{T}})$, $\operatorname{rank}\Phi(t) = m$, точки імпульсу $\tau_i \in (a,b)_{\mathbb{T}}$ є такими, що $a < \tau_1 < \tau_2 < \ldots < \tau_i < \ldots < \tau_p < b$ і $\forall i = \overline{1,p}, j = \overline{1,p} : \lim_{k\to i}\tau_k \neq \lim_{k\to j}\tau_k$, $a_i \in \mathbb{R}^{k_i}$, A_i, B_i — $(k_i \times n)$-вимірні сталі матриці, причому $B_i \in \mathcal{R}([a,b]_{\mathbb{T}};\mathbb{R}^{k_i})$ і $\operatorname{rank} B_i = k_i < n$.

Розв'язок $x(t)\colon [a,b]_{\mathbb{T}} \to \mathbb{R}^n$ імпульсної задачі (1), (2) належить простору абсолютно неперервних на $[a,b]_{\mathbb{T}}\backslash\{\tau_1,\tau_2,\dots,\tau_p\}$ функцій