$$\begin{cases} V_1[u] \equiv b_1u(0,x) + c_1u(T,x) = \varphi_1(x), \quad x \in \mathbb{R}, \\ V_2[u] \equiv b_2u_t(0,x) + b_3u_x(0,x) + c_2u_t(T,x) + c_3u_x(T,x) = \varphi_2(x), x \in \mathbb{R}, \end{cases} \tag{2}$$

де $a_1, a_2, b_j, c_j \in \mathbb{C}$, $j = 1,2,3$. Позначимо: $f_q(t,\xi)$ — такий розв'язок рівняння $L(d/dt, i\xi)y(t) = 0$, що $f_q^{(j-1)}(0,\xi) = \delta_{jq}$, $j,q = 1,2$, де δ_{jq} — символ Кронекера; $\Delta(\xi) = V_1[f_1(t,\xi)] \cdot V_2[f_2(t,\xi)] - V_1[f_2(t,\xi)] \cdot V_2[f_1(t,\xi)]$, $\xi \in \mathbb{R}$.

Встановлено такий результат про розв'язність задачі (1), (2).

Теорема 1. *Нехай $\Delta(\xi) \neq 0$ для всіх $\xi \in \mathbb{R}$, корені λ_1, λ_2 многочлена $L(\lambda, i) = 0$ мають різні ненульові дійсні частини і, крім того,*

$$b_1b_2c_1c_2 \neq 0, \quad b_1(c_2\lambda_q + ic_3) - c_1(b_2\lambda_{3-q} + ib_3) \neq 0, \quad q = 1,2.$$

Якщо $\varphi_1, \varphi_2 \in H_\alpha$, $\alpha > 1$, то в просторі $C^2([0;T], H_\alpha)$ існує єдиний розв'язок задачі (1), (2), який неперервно залежить від φ_1, φ_2.

Література

[1] *Пташник Б.Й., Ільків В.С., Кміть І.Я., Поліщук В.М.* Нелокальні крайові задачі для рівнянь з частинними похідними. — К.: Наукова думка, 2002. – 416 с.

ЗАДАЧА З ІНТЕГРАЛЬНИМИ УМОВАМИ ДЛЯ РІВНЯНЬ ІЗ ЧАСТИННИМИ ПОХІДНИМИ, ОДНОРІДНИХ ЗА ПОРЯДКОМ ДИФЕРЕНЦІЮВАННЯ

[1]Симотюк Михайло, [2]Медвідь Оксана

Інститут прикладних проблем механіки і математики ім.Я.С.Підстригача НАН України

[1]quaternion@ukr.net, [2]medoks@ukr.net

Нехай $\Omega = \mathbb{R}/2\pi\mathbb{Z}$; H_α ($\alpha \in \mathbb{R}$) — простір, отриманий в результаті поповнення простору скінченних тригонометричних поліномів $\varphi(x) = \sum \varphi_k \exp(ik, x)$ за нормою

$$\|\varphi(x); H_\alpha\| = \Big(\sum_{k \in \mathbb{Z}} |\varphi_k|^2 (1 + |k|)^{2\alpha}\Big)^{1/2};$$

$C^n([0;T], H_\alpha)$, $n \in \mathbb{N} \cup \{0\}$, — простір таких функцій $u(t,x)$, похідні $\partial^j u(t,x)/\partial t^j$, $j = 0,1,\ldots,n$, яких для кожного фіксованого $t \in [0;T]$ належать до простору $H_{\alpha-j}$ і неперервно змінюються за $t \in [0;T]$ в цьому просторі; норму в просторі $C^n([0;T], H_\alpha)$ задаємо рівністю

$$\|u(t,x); C^n([0;T], H_\alpha)\| = \sum_{j=0}^{n} \max_{t \in [0;T]} \left\|\partial^j u(t,x)/\partial t^j; H_{\alpha-j}\right\|.$$

Розглянемо задачу

$$L_n\left(\frac{\partial}{\partial t},\frac{\partial}{\partial x}\right)u(t,x)\equiv\frac{\partial^n u}{\partial t^n}+\sum_{j=1}^{n}a_j\frac{\partial^n u}{\partial t^{n-j}\partial x^j}=0,\quad t\in(0;T),\quad x\in\Omega,\tag{1}$$

$$\int_0^T t^{j-1}u(t,x)dt=\varphi_j(x),\quad j=1,\ldots,n,\tag{2}$$

де $a_1,\ldots,a_n$ — такі комплексні числа, що корені $\lambda_1,\ldots,\lambda_n$ рівняння $L_n(\lambda,i)=0$ справджують умову

$$\operatorname{Re}\lambda_1<\ldots<\operatorname{Re}\lambda_n,\quad \operatorname{Re}\lambda_j\neq 0,\quad j=1,\ldots,n.\tag{3}$$

Позначимо: $\Delta(k)=\det\left\|\int_0^T t^{j-1}\exp(\lambda_q kt)dt\right\|_{j,q=1}^{n}$, $k\in\mathbb{Z}\backslash\{0\}$.

Теорема 1. *Нехай виконується умова* (3) *і нехай* $\Delta(k)\neq 0$ *для кожного* $k\in\mathbb{Z}\backslash\{0\}$. *Якщо* $\varphi_j\in H_{\alpha_1}$, $\alpha_1\geqslant\alpha_2+n(n-1)/2+1$, $j=1,\ldots,n$, *то в просторі* $C^n([0;T],H_{\alpha_2})$ *існує єдиний розв'язок* $u(t,x)$ *задачі* (1), (2) *який неперервно залежить від функцій* $\varphi_j(x)$, $j=1,\ldots,n$.

Нехай

$$\delta^+=\begin{cases}\sum\limits_{j:\operatorname{Re}\lambda_j>0}\operatorname{Re}\lambda_j, & \text{якщо } \exists j\in\{1,\ldots,n\}:\operatorname{Re}\lambda_j>0,\\ 0, & \text{якщо } \forall j\in\{1,\ldots,n\}:\operatorname{Re}\lambda_j<0,\end{cases}$$

$$\delta^-=\begin{cases}\sum\limits_{j:\operatorname{Re}\lambda_j<0}\operatorname{Re}\lambda_j, & \text{якщо } \exists j\in\{1,\ldots,n\}:\operatorname{Re}\lambda_j<0,\\ 0, & \text{якщо } \forall j\in\{1,\ldots,n\}:\operatorname{Re}\lambda_j>0.\end{cases}$$

Доведення теореми 1 спирається на таке допоміжне твердження про оцінку знизу визначника $\Delta(k)$, $k\in\mathbb{Z}\backslash\{0\}$.

Теорема 2. *Якщо виконується умова* (3), *то існує таке число* $R>0$, *що для всіх* $k\in\mathbb{Z}$, $|k|>R$, *виконується оцінка*

$$|\Delta(k)|\geqslant C(1+|k|)^{-n^2}\begin{cases}\exp(\delta^+kT), & k>R,\\ \exp(\delta^-kT), & k<-R,\end{cases}\tag{4}$$

Зауваження. Отримані результати переносяться на випадок задачі з умовами (2) для рівняння з молодшими членами:

$$\frac{\partial^n u(t,x)}{\partial t^n}+\sum_{j=1}^{n}P_j\left(\frac{\partial}{\partial x}\right)\frac{\partial^{n-j}u(t,x)}{\partial t^{n-j}}=0,\tag{5}$$

де $P_j(\xi)$ – многочлен степеня j, $j=1,\ldots,n$.

Отримані результати доповнюють дослідження, проведенні в [1, 2].

Література

[1] *Пташник Б.Й., Ільків В.С., Кміть І.Я., Поліщук В.М.* Нелокальні крайові задачі для рівнянь із частинними похідними. – К.: Наук. думка, 2002. – 416 с.

[2] *Медвідь О.М., Симотюк М.М.* Інтегральна задача для лінійних рівнянь із частинними похідними// Мат. Студії. – 2007. – Т. 28, № 2. – С. 115–140.

ПРО ЗБІЖНІСТЬ ГІЛЛЯСТОГО ЛАНЦЮГОВОГО ДРОБУ НЕРЛУНДА У ПОЛІ p-АДИЧНИХ ЧИСЕЛ

Симотюк Михайло, Медвідь Оксана, Гоєнко Наталія

Інститут прикладних проблем механіки і математики
ім. Я. С. Підстригача НАН України

quaternion@ukr.net, medoks@ukr.net, hoyenko@gmail.com

Гіллястий ланцюговий дріб Нерлунда має вигляд [1]:

$$N(z_1, z_2) := 1 - \frac{(a+1)z_1 - b_1 z_1 - b_2 z_2}{c} + \mathop{\mathrm{D}}_{n=1}^{\infty} \sum_{i_n=1}^{2} \frac{A_{i(n)}(z_1, z_2)}{B_{i(n)}(z_1, z_2)}, \qquad (1)$$

де $a, b_1, b_2, c, z_1, z_2 \in \mathbb{C}^2$, $c \notin \mathbb{Z}\backslash\mathbb{N}$,

$$A_{i(n)}(z_1, z_2) = \frac{(a+n)z_{i_n}(1 - z_{i_n})}{(c+n)(c+n-1)} \left(b_{i_n} + \sum_{p=1}^{n-1} \delta_{i_n}^{i_p} + \delta_{i_n}^{1} \right), \quad n \geqslant 1,$$

$$B_{i(n)}(z_1, z_2) = 1 - \frac{a+n+1}{c+n} z_{i_n} - \frac{1}{c+n} \sum_{j=1}^{2} \left(b_j + \sum_{p=1}^{n} \delta_{i_n}^{i_p} \right) z_j, \quad n \geqslant 1,$$

$i(n) = i_1 \dots i_n$ — мультиіндекс довжини n ($i_1, \dots, i_n \in \{1, 2\}$), δ_j^s — символ Кронекера. У роботі [1] встановлено умови збіжності дробу $N(z_1, z_2)$ до відношення функцій Аппеля

$$F_1(a, b_1, b_2; c; z_1, z_2)/F_1(a+1, b_1+1, b_2; c+1; z_1, z_2) \qquad (2)$$

у випадку комплексних значень a, b_1, b_2, c, z_1, z_2. Доповідь присвячено перенесенню результатів роботи [1] на випадок, коли всі параметри дробу (1) є p-адичними числами і його збіжність розглядається у полі $\mathbb{Q}_p$.

Теорема 1. *Якщо* $a, b_1, b_2, c \in \mathbb{Q}_p$ *є такими, що*

$$|c|_p > \max\{|a|_p, |b_1|_p, |b_2|_p\}, \quad \min\{|a|_p, |b_1|_p, |b_2|_p\} > 1,$$

то дріб (1) *рівномірно збігається на множині*

$$\{(z_1, z_2) \in \mathbb{Q}_p^2 : |z_1|_p < 1, |z_2|_p < 1\}.$$

Знайдено умови, при виконанні яких дріб (1) рівномірно збігається до відношення (2).