Припустивши, що $m = 0$ прийдемо до рівняння

$$\frac{1}{\vec{A}^2}\varphi^k\varphi_0 = \varphi_{\omega\omega}. \quad (4)$$

Знайшовши плоскохвильовий розв'язок рівняння (4) та врахувавши відповідний анзац, знаходимо наступний розв'язок рівняння (1)

$$u = \left[\frac{ka}{\vec{c}^2(k+1)}(\dot{z} + me^{x_1} - ax_0e^{-x_1})\right]^{-\frac{1}{k}}$$

Література

[1] Овсянников Л.В. Групповой анализ дифференциальных уравнений. – М.: Наука, 1978. – 400 с.

[2] Олвер П. приложения груп Ли к дифференциальным уравнениям. – М.: Мир, 1989. – 581с.

[3] Фущич В.И., Штепель В.М., Серов Н.И. Симметрнйний анализ и точные решения уравнений нелинейной математической физики. – К.: Наук. думка, 1989. – 339 с.

НЕЛОКАЛЬНА ЗАДАЧА ДЛЯ РІВНЯННЯ ДРУГОГО ПОРЯДКУ, ОДНОРІДНОГО ЗА ПОРЯДКОМ ДИФЕРЕНЦІЮВАННЯ

[1]Симотюк Михайло, [2]Волянська Ірина

[1]Інститут прикладних проблем механіки і математики ім.Я.С.Підстригача НАН України,

[2]Національний університет "Львівська політехніка"

[1]quaternion@ukr.net, [2]i.volyanska@i.ua

Нехай H_α, $\alpha > 1$, простір Соболєва, який складається з таких функцій $\varphi(x) \in L_2(\mathbb{R})$, для яких $(1+\xi^2)^{\alpha/2}\tilde{\varphi}(\xi) \in L_2(\mathbb{R})$, де $\tilde{\varphi}(\xi)$ — перетворення Фур'є функції $\varphi(x)$; норма в H_α визначається рівністю

$$\|\varphi(x); H_\alpha\| = \left(\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} |\tilde{\varphi}(\xi)|^2 \left(1+\xi^2\right)^\alpha d\xi\right)^{1/2}.$$

Розглядаємо задачу

$$L\left(\frac{\partial}{\partial t}, \frac{\partial}{\partial x}\right)u(t,x) \equiv \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + a_1\frac{\partial^2 u}{\partial t \partial x} + a_2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0, \quad (t,x) \in (0;T) \times \mathbb{R}, \quad (1)$$

$$\begin{cases} V_1[u] \equiv b_1u(0,x) + c_1u(T,x) = \varphi_1(x), \quad x \in \mathbb{R}, \\ V_2[u] \equiv b_2u_t(0,x) + b_3u_x(0,x) + c_2u_t(T,x) + c_3u_x(T,x) = \varphi_2(x), x \in \mathbb{R}, \end{cases} \tag{2}$$

де $a_1, a_2, b_j, c_j \in \mathbb{C}$, $j = 1,2,3$. Позначимо: $f_q(t,\xi)$ — такий розв'язок рівняння $L(d/dt, i\xi)y(t) = 0$, що $f_q^{(j-1)}(0,\xi) = \delta_{jq}$, $j,q = 1,2$, де δ_{jq} — символ Кронекера; $\Delta(\xi) = V_1[f_1(t,\xi)] \cdot V_2[f_2(t,\xi)] - V_1[f_2(t,\xi)] \cdot V_2[f_1(t,\xi)]$, $\xi \in \mathbb{R}$.

Встановлено такий результат про розв'язність задачі (1), (2).

Теорема 1. *Нехай $\Delta(\xi) \neq 0$ для всіх $\xi \in \mathbb{R}$, корені λ_1, λ_2 многочлена $L(\lambda, i) = 0$ мають різні ненульові дійсні частини і, крім того,*

$$b_1b_2c_1c_2 \neq 0, \quad b_1(c_2\lambda_q + ic_3) - c_1(b_2\lambda_{3-q} + ib_3) \neq 0, \quad q = 1,2.$$

Якщо $\varphi_1, \varphi_2 \in H_\alpha$, $\alpha > 1$, то в просторі $C^2([0;T], H_\alpha)$ існує єдиний розв'язок задачі (1), (2), який неперервно залежить від φ_1, φ_2.

Література

[1] *Пташник Б.Й., Ільків В.С., Кміть І.Я., Поліщук В.М.* Нелокальні крайові задачі для рівнянь з частинними похідними. — К.: Наукова думка, 2002. – 416 с.

ЗАДАЧА З ІНТЕГРАЛЬНИМИ УМОВАМИ ДЛЯ РІВНЯНЬ ІЗ ЧАСТИННИМИ ПОХІДНИМИ, ОДНОРІДНИХ ЗА ПОРЯДКОМ ДИФЕРЕНЦІЮВАННЯ

[1]Симотюк Михайло, [2]Медвідь Оксана

Інститут прикладних проблем механіки і математики ім.Я.С.Підстригача НАН України

[1]quaternion@ukr.net, [2]medoks@ukr.net

Нехай $\Omega = \mathbb{R}/2\pi\mathbb{Z}$; H_α ($\alpha \in \mathbb{R}$) — простір, отриманий в результаті поповнення простору скінченних тригонометричних поліномів $\varphi(x) = \sum \varphi_k \exp(ik,x)$ за нормою

$$\|\varphi(x); H_\alpha\| = \Big(\sum_{k\in\mathbb{Z}} |\varphi_k|^2(1+|k|)^{2\alpha}\Big)^{1/2};$$

$C^n([0;T], H_\alpha)$, $n \in \mathbb{N} \cup \{0\}$, — простір таких функцій $u(t,x)$, похідні $\partial^j u(t,x)/\partial t^j$, $j = 0,1,\ldots,n$, яких для кожного фіксованого $t \in [0;T]$ належать до простору $H_{\alpha-j}$ і неперервно змінюються за $t \in [0;T]$ в цьому просторі; норму в просторі $C^n([0;T], H_\alpha)$ задаємо рівністю

$$\|u(t,x); C^n([0;T], H_\alpha)\| = \sum_{j=0}^{n} \max_{t\in[0;T]} \|\partial^j u(t,x)/\partial t^j; H_{\alpha-j}\|.$$