

## ІМІТАЦІЙНА МОДЕЛЬ СВЕРДЛОВИННОЇ ШТАНГОВОЇ НАСОСНОЇ УСТАНОВКИ НА ОСНОВІ АБСТРАКТНИХ АВТОМАТІВ

В. Б. Коней

ІФНТУНГ; 76019, Івано-Франківськ, Карпатська 15, тел. (0342) 727126,  
e-mail: vkonep@gmail.com

Існуючі імітаційні динамічні моделі свердловинних штангових насосних установок постійно розвиваються шляхом розширення їх можливостей. Удосконалення таких моделей доволі трудомістке і вимагає відповідних математичних знань у дослідника. Одним із шляхів вирішення цієї проблеми є застосування імітаційних моделей на основі абстрактних автоматів та автоматного програмування для їх реалізації. Описано принципи побудови такої моделі, колона насосних штанг якої представлена у вигляді системи автоматів, які з'єднані пружно-демпферними зв'язками. Окремий автомат являє собою уявний вузол колони, у якому зосереджена маса секції колони, її вага та інші сили. Функція переходу автомата визначає його поведінку і намагається повернути автомат у стан з рівновагою сил на ньому. За допомогою моделі можна отримати динамограми установок з сталевими та склопластиковими колонами, форма яких відповідає практичним динамограмам. Розроблена автоматна модель є простою для розуміння і модифікації, дає змогу моделювати явища, які важко сформулювати в термінах диференціальних рівнянь. Модель реалізовано програмою, яка виконана в стилі автоматного програмування популярною мовою Python, не потребує спеціалізованих засобів моделювання чи сторонніх бібліотек та допускає паралельні обчислення. Модель може бути використана для оптимізації параметрів свердловинних штангових насосних установок і як основа для побудови складніших моделей.

Ключові слова: агентне моделювання, автоматне програмування, колона насосних штанг, динамограма, Python.

Существующие имитационные динамические модели скважинных штанговых насосных установок постоянно развиваются путем расширения их возможностей. Совершенствование таких моделей довольно трудоемкое и требует соответствующих математических знаний у исследователя. Одним из путей решения этой проблемы является применение имитационных моделей на основе абстрактных автоматов и автоматного программирования для их реализации. Описаны принципы построения такой модели, колонна насосных штанг которой представлена в виде системы автоматов, которые соединены упруго-демпферными связями. Отдельный автомат представляет собой воображаемый узел колонны, в котором сосредоточена масса секции колонны, ее вес и другие силы. Функция перехода автомата определяет его поведение и пытается вернуть автомат в состояние с равновесием сил на нем. С помощью модели можно получить динамограммы установок со стальными и стеклопластиковыми колоннами, форма которых соответствует практическим динамограммам. Разработанная автоматная модель простая для понимания и модификации, позволяет моделировать явления, которые трудно сформулировать в терминах дифференциальных уравнений. Модель реализована программой, которая выполнена в стиле автоматного программирования популярным языком Python, не требует специализированных средств моделирования или сторонних библиотек и допускает параллельные вычисления. Модель может быть использована для оптимизации параметров скважинных штанговых насосных установок и как основа для построения более сложных моделей.

Ключевые слова: агентное моделирование, автоматное программирование, колонна насосных штанг, динамограмма, Python.

The existing dynamical simulation models of sucker rod pumping system are developing steadily by enhancement. The improvement of such models is time-consuming and requires appropriate mathematical knowledge among researchers. One solution to this problem is the use of simulation models based on the abstract machines and automata-based programming for their implementation. The principles of building the model of rod string, which is represented as system of abstract machines connected by an elastically-damper links, has been described. An abstract machine is an imaginary column structure, where the mass of the section, its weight and other forces are concentrated. The automaton transition function defines its behavior and tries to return the automaton to a state of equilibrium of forces on it. The model allows to obtain the dynamometer cards for steel and fiberglass columns, the shape of which corresponds to practical dynamometer cards. The designed automaton model is easy to understand and modify, and allows to model phenomena that are difficult to formulate in terms of differential equations. The model is implemented by the program, which is designed by the Python automata-based programming and does not require any special modeling tools or third-party libraries and allows parallel computing. The model can be used to optimize parameters of sucker rod pumping systems and as a basis for building more complex models.

Key words: agent-based modelling, automata-based programming, sucker rod string, dynamometer card, Python.

**Постановка проблеми.** Математичні моделі свердловинних штангових насосних установок (СШНУ) для видобування нафти дозволяють підвищити ефективність їх проектування

та експлуатації. Основною проблемою застосування існуючих адекватних моделей СШНУ є складність їх модифікації під час удосконалення чи внесення інших змін.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.**

Адекватність динамічних моделей СШНУ, у першу чергу, залежить від механічної моделі руху колони штанг та гідродинамічної моделі насоса. Найбільш адекватні динамічні моделі колони насосних штанг, як пружного стержня з розподіленою масою, будують на основі хвильового рівняння [1-8], яке розв'язується чисельними методами. У зв'язку зі складністю об'єкта моделювання ці моделі постійно розвиваються шляхом додання в них нових можливостей. Модифікація і удосконалення подібних моделей доволі трудомісткі і вимагають відповідних математичних знань у дослідника. Існуючі компонентно-орієнтовані моделі СШНУ [9] вирішують проблему складності модифікації моделей, але потребують спеціалізованих програмних засобів для їх реалізації. Одним з шляхів вирішення цієї проблеми є застосування імітаційних моделей на основі абстрактних автоматів та автоматного програмування для їх реалізації.

Як відомо, комп'ютерне імітаційне моделювання застосовують у випадку складності побудови аналітичної моделі. Можна виділити два підходи до імітаційного моделювання складних динамічних систем – на основі моделей типу "чорний ящик" і моделей типу "білий ящик". Моделі типу "чорний ящик" (функціональні) відображають тільки зовнішнє функціонування об'єкта. Динаміка функціонування визначається глобальними правилами і законами. Це створює труднощі моделювання певних локальних явищ. Моделі типу "білий ящик" (структурні) відображають об'єкт як систему з певною структурою і механізмом взаємодії елементів. Динаміка функціонування визначається локальними правилами і законами, які можна задати окремо для кожного елемента. Тому такі моделі будуються "знизу вгору". Сьогодні такий напрямок імітаційного моделювання відомий як агентне моделювання, яке включає моделювання на основі автоматів [10-12].

Абстрактним автоматом називають математичну модель пристрою, який має множини входів, виходів та внутрішніх станів і здатний переходити в новий стан та генерувати сигнали на виходах в залежності від значення вхідних сигналів та поточного стану автомата. В дискретних автоматах час розбитий на частини однакової тривалості, які називають тактами. Протягом такту стан, вхідні та вихідні сигнали не змінюються. Скінченні автомати володіють скінченними множинами станів і вхідних значень [13].

Основною перевагою імітаційного моделювання на основі автоматів є можливість моделювання різноманітних складних систем шляхом опису простих правил поведінки їх елементів. Тому існує думка, що використання автоматів може бути універсальним способом моделювання динамічних систем [14, 15].

Моделювання на основі автоматів дає змогу також полегшити розробку алгоритму і програми, які його реалізують. Таку програму

краще створити в стилі автоматного програмування. Автоматне програмування - це парадигма програмування, під час використання якої програма чи її фрагменти формуються як модель якого-небудь формального автомату. На відміну від класичного структурного програмування автоматне програмування дозволяє сформувати у розробника цілісну картину поведінки сутності і просто описувати системи зі складною поведінкою. Легко також організувати паралельні обчислення. Автоматне програмування може використовуватись для полегшення розробки будь-яких програм [16].

Автоматне програмування може бути легко реалізоване на основі об'єктно-орієнтованого програмування. Тоді модель автомата може бути описана класом, стан автомата – полями (атрибути) класу, функція переходу – методом класу. Нові автомати можна легко створювати шляхом успадкування класів інших автоматів. Програмування ще більше спрощується, якщо опис поведінки автомата виконується декларативним методом, а не імперативним. Тобто вказується ціль автомата, а не алгоритм досягнення цієї цілі.

**Формулювання цілей статті.** Метою даного дослідження є розробка принципів побудови імітаційної моделі СШНУ на основі абстрактних автоматів та програми об'єктно-орієнтованою мовою Python для її реалізації. Необхідно, щоб розроблену модель можна було легко модифікувати, а програма повинна бути виконана в стилі автоматного програмування і використовувати тільки стандартну бібліотеку Python.

**Виклад основного матеріалу дослідження.** Секцією колони насосних штанг будемо називати частину колони, яка володіє такими атрибутами як довжина секції, діаметр штанг, матеріал штанг, кут відхилення свердловини вгору секції від вертикалі. Застосування в моделі секцій дозволяє моделювати колону з різними властивостями по довжині. Вузлом будемо називати точку з'єднання секцій колони насосних штанг. В основному для розрахунку компонентів загального навантаження, які діють на колону штанг та плунжер насоса, будемо використовувати працю [17]. Розглянемо суму сил (Н), які діють на колону штанг або секцію (рис. 1) без врахування сил, що діють на плунжер насоса:

хід вгору:

$$F_{ум} + F_{дин} + F_{мер} + F_{вн.мер},$$

хід вниз:

$$F_{ум} + F_{дин} - F_{мер} - F_{вн.мер} - F_{г.мер},$$

де  $F_{ум}$  - вага секції штанг в рідині (Н):

$$F_{ум} = mg - \rho_{рід} V_{ум} g,$$

де  $m$  - маса секції штанг (кг),

$g$  - прискорення вільного падіння ( $g=9,81 \text{ м/с}^2$ ),

$\rho_{рід}$  - густина рідини ( $\text{кг/м}^3$ ),

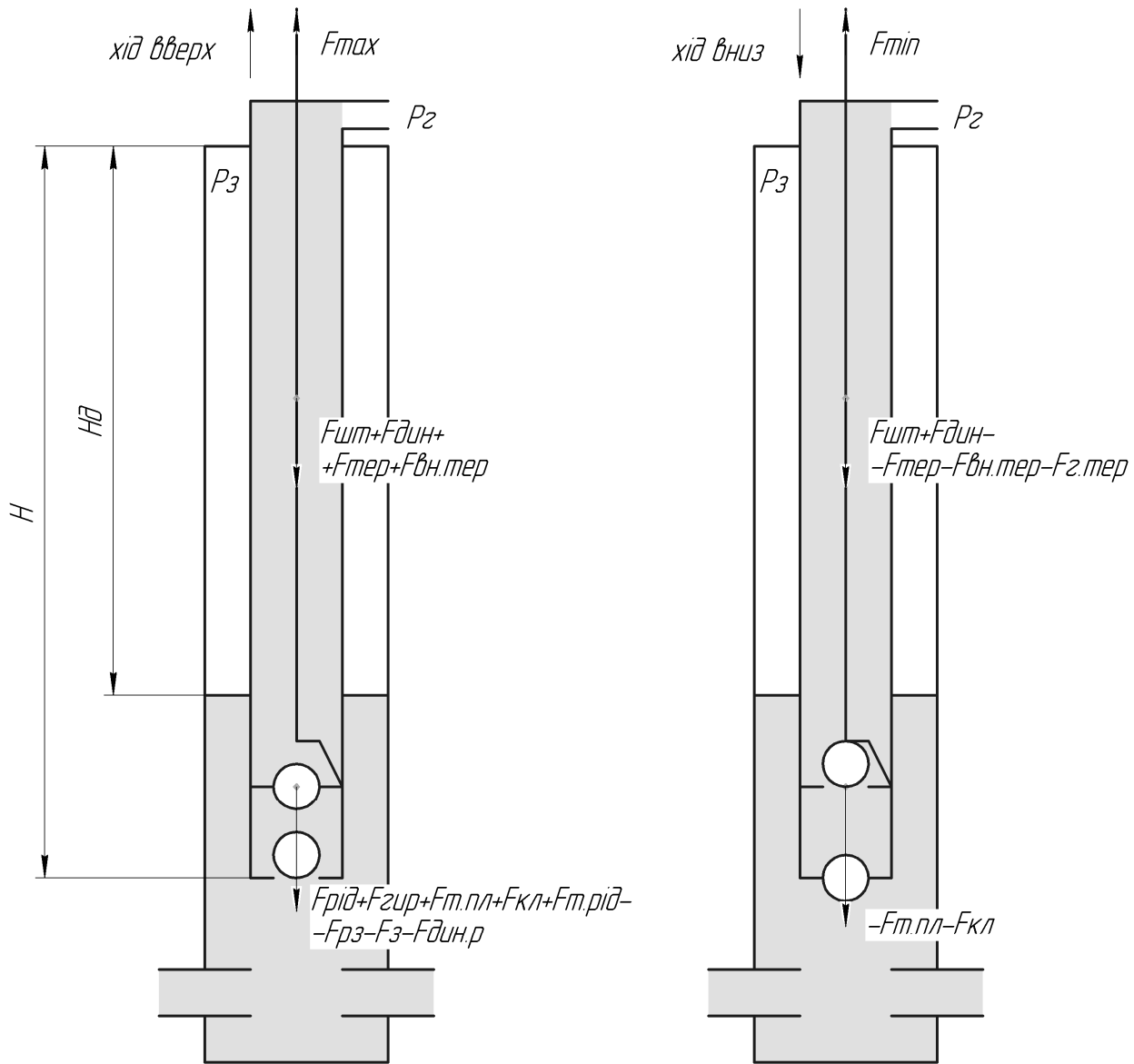


Рисунок 1 – Сили, що діють на колону насосних штанг

$V_{ум}$  - об'єм секції штанг ( $m^3$ );

$F_{тер}$  - сила тертя штанг об НКТ в похилій свердловині (Н) без врахування в'язкого тертя штанг  $F_{2,тер}$  (див. нижче). Для спрощеної моделі тертя Кулона:

$$F_{тер} = -k \cdot |F_{ny}| \cdot th\left(\frac{v}{v_0}\right).$$

Для розширеної моделі тертя Штрибека:

$$F_{тер} = -(k + (k_{max} - k)) \cdot e^{\frac{|v|}{v_s}} \cdot |F_{ny}| \cdot th\left(\frac{v}{v_0}\right),$$

де  $k$  - коефіцієнт тертя ковзання Кулона,  
 $k_{max}$  - максимальний коефіцієнт тертя ковзання для зони граничного тертя,  
 $v$  - швидкість секції штанг (м/с),  
 $v_s$  - коефіцієнт швидкості ковзання Штрибека (приймаємо  $v_s = 0,1$  м/с),  
 $n$  - коефіцієнт кривої Штрибека (приймаємо  $n=1$ ),

$th\left(\frac{v}{v_0}\right)$  - множник, необхідний для згладжування залежності сили тертя від швидкості  $v$  біля нуля (прийmemo  $v_0=0,01$  м/с);

$F_{ny}$  - сума сил, нормальних до стінки НКТ (Н) (рис. 2 б):

$$F_{ny} = F_{умy} + |F_{ey} + F_{ny}|,$$

де  $F_{умy}$  - нормальна сила від ваги штанг (Н):

$$F_{умy} = F_{ум} \cdot \sin \alpha,$$

де  $\alpha$  - кут відхилення свердловини від вертикалі біля вузла (рад);

$F_{ey}$  - нормальна сила від натягу верхньої секції (Н) (рис. 2 б):

$$F_{ey} = F_e \cdot \sin \alpha_e,$$

де  $F_e$  - сила від натягу верхньої секції (Н),

$\alpha_e$  - кут між верхньою секцією і свердловиною (рад):

$$\alpha_e = \alpha_{ви} - \alpha,$$

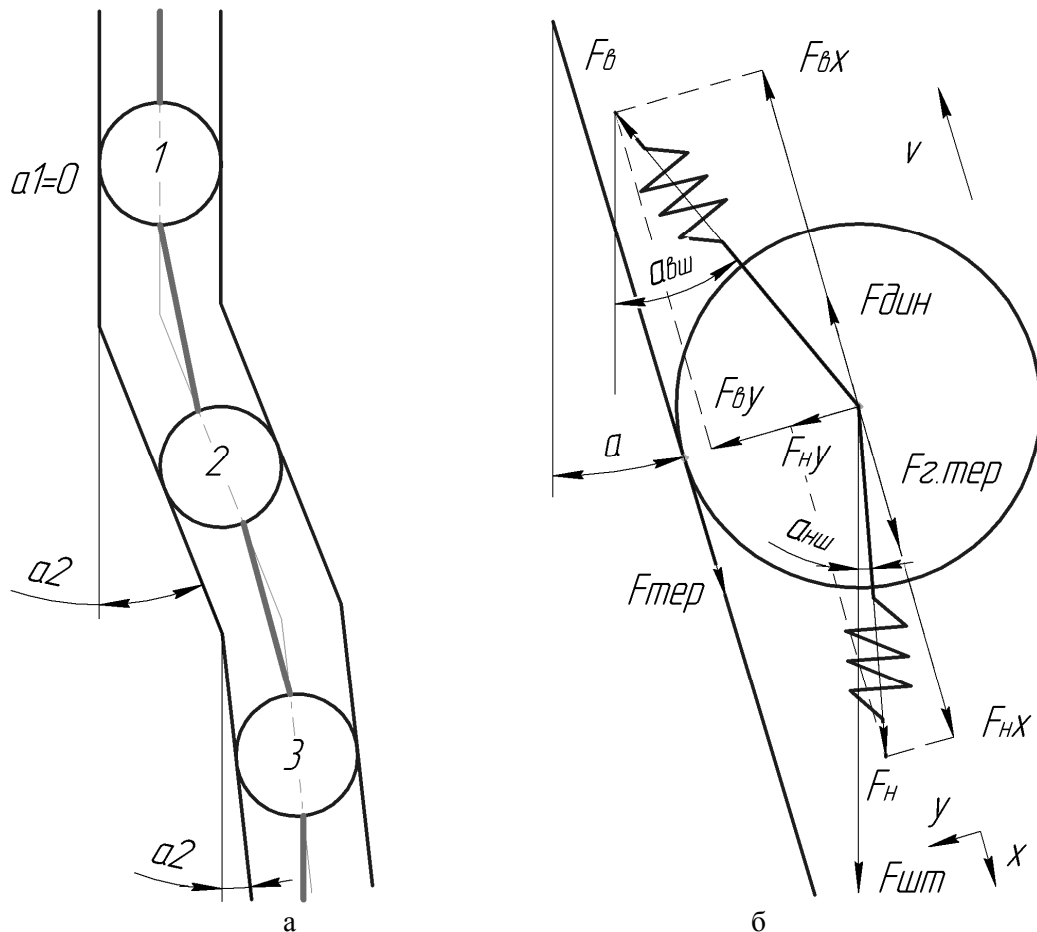


Рисунок 2 – Вузли секцій моделі штангової колони (а) та сили, що діють на вузол секції у викривленій свердловині (б)

де  $\alpha_{ви}$  - кут відхилення верхньої секції від вертикалі (рад);

$F_{\nu y}$  - нормальна сила від натягу нижньої секції (Н) (рис. 2 б):

$$F_{\nu y} = F_n \cdot \sin \alpha_n,$$

де  $F_n$  - сила від натягу нижньої секції (Н),

$\alpha_n$  - кут між нижньою секцією і свердловиною (рад):

$$\alpha_n = \alpha - \alpha_{ни},$$

де  $\alpha_{ни}$  - кут відхилення нижньої секції від вертикалі (рад).

За умови рівності довжин секцій,  $\alpha_{ви}$  і  $\alpha_{ни}$  можуть бути просто розраховані як середнє арифметичне кутів відхилення свердловини від вертикалі біля сусідніх вузлів (рис. 2 а).

$F_{вн.тер}$  - сила опору внаслідок внутрішнього тертя матеріалу штанг:

$$F_{вн.тер} = c_{екв} v_r,$$

де  $v_r$  - відносна швидкість між вузлами секції (м/с),

$c_{екв}$  - еквівалентний коефіцієнт опору матеріалу штанг [18, 19] (Н·с/м):

$$c_{екв} = \frac{\psi(\sigma_a) \cdot j}{2\pi \cdot \omega},$$

де  $j$  - жорсткість секції штанг (Н/м),

$\omega$  - кутова частота зовнішньої сили (рад/с);

$\psi(\sigma_a)$  - коефіцієнт поглинання матеріалу.

Залежить від амплітуди напружень в штанзі  $\sigma_a$  (Па). Визначається експериментально із залежності

$$\psi = 2\delta,$$

де  $\delta$  - логарифмічний декремент коливань:

$$\delta = \ln \left( \frac{A_0}{A_1} \right),$$

де  $A_0, A_1$  - дві послідовні (через період) амплітуди переміщення під час гармонічних коливань, що затухають.

Можна прийняти наближені лінійні залежності [19] для сталі 40  $\psi(\sigma_a) = 6 \cdot 10^{-11} \sigma_a$ , для склопластику  $\psi(\sigma_a) = 4 \cdot 10^{-10} \sigma_a$ . Якщо не враховувати зміну амплітуди напружень, то можна прийняти наближено для сталі  $\psi = 0,01$ , для склопластику  $\psi = 0,08$ . Реальні конструкції, які містять з'єднання, володіють значно більшими значеннями коефіцієнту  $\psi$ . Так, згідно праці [20] для металів в пружному діапазоні напружень  $\psi < 0,13$ , для суцільних металічних конструкцій  $\psi = 0,25 \dots 0,5$ , для металічних конструкцій зі з'єднаннями  $\psi = 0,38 \dots 0,88$ .

$F_{дин}$  - сила інерції секції штанг (Н):

$$F_{дин} = m \cdot a,$$

де  $a$  - прискорення секції штанг ( $m/c^2$ );

$F_{г.мер}$  - сила гідродинамічного опору штанг (Н):

$$F_{г.мер} = c \cdot v,$$

де  $c$  - коефіцієнт гідродинамічного опору штанги (Н·с/м). Визначається експериментально або шляхом розв'язування гідродинамічної задачі чисельними методами [21] або за допомогою емпіричної формули О.М. Піввердяна [17]:

$$c = \pi^2 v_{pid} \rho_{pid} M_{ум} L_{ум},$$

де  $v_{pid}$  - кінематична в'язкість рідини ( $m^2/c$ ),

$\rho_{pid}$  - густина рідини ( $кг/м^3$ ),

$M_{ум}$  - коефіцієнт

$$M_{ум} = \frac{1}{\ln(d_{mp} / d_{ум}) \frac{(d_{mp} / d_{ум})^2 + 1}{(d_{mp} / d_{ум})^2 - 1} - 1},$$

де  $d_{mp}$  - внутрішній діаметр НКТ,

$d_{ум}$  - діаметр тіла штанги,

$L_{ум}$  - довжина штанги (м).

Сума сил, що діють на плунжер насоса (рис. 1):

хід вгору:

$$F_{pid} + F_{г.мер} + F_{м.пл} + F_{кл} + F_{м.pid} - F_{рз} - F_з - F_{дин.р},$$

хід вниз:

$$-F_{м.пл} - F_{кл},$$

де  $F_{pid}$  - вага рідини (Н):

$$F_{pid} = V_{pid} \rho_{pid} g,$$

де  $V_{pid}$  - об'єм рідини над плунжером насоса ( $m^3$ );

$F_{г.мер}$  - сила від тиску на гирлі (Н):

$$F_{г.мер} = P_{гирл} \cdot S_{пл},$$

де  $P_{гирл}$  - тиск на гирлі (Па),

$S_{пл}$  - площа плунжера насоса ( $m^2$ );

$F_{м.пл}$  - сила тертя плунжера (Н). За емпіричною формулою В. І. Сердюка [17]:

$$F_{м.пл} = 1,84 \cdot d_{пл} / \delta_{пл} - 137,$$

$d_{пл}$  - діаметр плунжера (м),

$\delta_{пл}$  - зазор між плунжером і циліндром (орієнтовно 0,0001 м);

$F_{кл}$  - сила гідродинамічного опору клапана (Н):

$$F_{кл} = dP_{кл} \cdot S_{пл},$$

де  $dP_{кл}$  - перепад тисків на клапані (Па):

$$dP_{кл} = \zeta \cdot \frac{\rho_{pid} \cdot v_{кл}^2}{2},$$

де  $v_{кл}$  - швидкість потоку в сідлі (м/с):

$$v_{кл} = \frac{Q_{кл}}{\pi \cdot d_{кл}^2 / 4},$$

де  $Q_{кл}$  - об'ємна витрата рідини через клапан ( $m^3/c$ ),

$d_{кл}$  - діаметр отвору сідла клапана (м);

$\zeta$  - коефіцієнт місцевого опору клапана, який пов'язаний з коефіцієнтом витрат  $\mu$  наступною залежністю:

$$\zeta = \frac{1}{\mu^2}.$$

Коефіцієнт витрат клапана  $\mu$  може бути знайдений за числом Рейнольдса  $Re$  потоку рідини в сідлі. За даними [22] для клапанів з однією кулькою та  $d_{кл} = 20 \dots 25$  мм можна отримати наступну емпіричну залежність:

$$\mu = \begin{cases} 0,0846 Re^{0,2872}, & Re \leq 225; \\ 0,4 & , 225 < Re \leq 30000; \\ 0,0085 Re^{0,3764}, & 30000 < Re \leq 300000; \\ 1,0 & , Re > 300000; \end{cases}$$

де  $Re = \frac{d_{кл} \cdot v_{кл}}{\nu_{pid}}$ .

$F_{м.pid}$  - сила тертя рідини об НКТ (Н):

$$F_{м.pid} = dP_{м.pid} \cdot S_{пл},$$

де  $dP_{м.pid}$  - втрати тиску від тертя рідини в НКТ (Па):

$$dP_{м.pid} = f \frac{L_{мп} \cdot \rho_{pid} \cdot v_{мп}^2}{d_{мп} \cdot 2},$$

де  $L_{мп}$  - довжина НКТ (м),

$v_{мп}$  - середня швидкість рідини в трубі під час ходу плунжера вгору (м/с). Якщо прийняти, що вона приблизно рівна швидкості штанг  $v$ , то можна ігнорувати силу гідродинамічного опору штанг під час ходу вгору  $F_{г.мер2} = 0$ . В іншому випадку  $F_{г.мер2} = c \cdot (v - v_{мп})$ .

$$v_{мп} = Q / S_{мп},$$

де  $Q$  - теоретична подача насоса ( $m^3/c$ ),

$S_{мп}$  - площа поперечного січення кільцевого отвору між НКТ і штангою ( $m^2$ );

$f$  - коефіцієнт, який залежить від числа Рейнольдса:

$$f = \begin{cases} f_L & , Re \leq 2000; \\ f_L + (f_T - f_L) \cdot \frac{Re - 2000}{2000}, & 2000 < Re < 4000; \\ f_T & , Re \geq 4000; \end{cases}$$

де  $f_L = 64/Re$ ,  $f_T = 0,316/Re^{1/4}$ ,

$Re$  - число Рейнольдса:

$$Re = \frac{d_{мп} \cdot v}{\nu_{pid}};$$

$F_{рз}$  - вага рідини в затрубному просторі (Н):

```

class Automaton(object):
    """Абстрактний автомат для моделювання руху вузла пружного сте-
ржня"""
    def __init__(self):
        """Конструктор автомата"""
        self.x=None # координата
        self.x0=None # початкова координата
        self.prevx=None # попередня координата
        self.bc=None # гранична умова (0 - нерухомий)
        self.f=0.0 # зовнішня сила
        self.fs=0.0 # вага секції справа
        self.left=None # лівий сусід (верхній)
        self.right=None # правий сусід (нижній)
        self.delta=None # початкова відстань до правого сусіда
        self.k=None # коефіцієнт жорсткості секції справа
        self.c=0.0 # коефіцієнт опору матеріалу секції справа
        self.m=1.0 # маса секції справа
        self.a=0.0 # прискорення
        self.v=0.0 # швидкість
        self.prevv=0.0 # попередня швидкість
        self.eps=0.0 # нев'язка
        self.dx=1.0 # крок наближення
        self.area=None # площа поперечного січення секції справа
        self.domain=None # об'єкт класу CA_model
        self.rSection=None # секція справа
        self.alfa=0.0 # кут відхилення свердловини від вертикалі
біля автомата
    def rule(self): ...#правило поведінки автомата
    def velocity(self): ...# швидкість
    def acceleration(self): ...# прискорення
    def leftForce(self): ...# сила пружини зліва
    def leftForce2(self): ...# сила демпфера зліва
    def rightForce(self): ...# сила пружини справа
    def rightForce2(self): ...# сила демпфера справа
    def dynamicForce(self): ...# сила інерції секції
    def dynamicFluidForce(self): ...# сила інерції рідини (діє на
плунжер)
    def normalForce(self): ...# сума нормальних сил
    def frictionForce(self): ...# сила тертя секції
    def hydrodynamicResistanceForce(self): ...# сила гідродинамічно-
го опору секції
    def pistonForce(self): ...# сума сил на плунжері насоса

```

Рисунок 3 – Код класу Automaton мовою Python

$$F_{pz} = V_{pz} \rho_{pid} g ,$$

де  $V_{pz}$  - об'єм рідини в затрубному просторі ( $m^3$ ):

$$V_{pz} = S_{nl} (H_{ит} - H_{дин}),$$

де  $H_{дин}$  - глибина динамічного рівня (м),

$H_{ит}$  - висота колони штанг або свердловини (м).

$F_3$  - сила від тиску в затрубному просторі (Н):

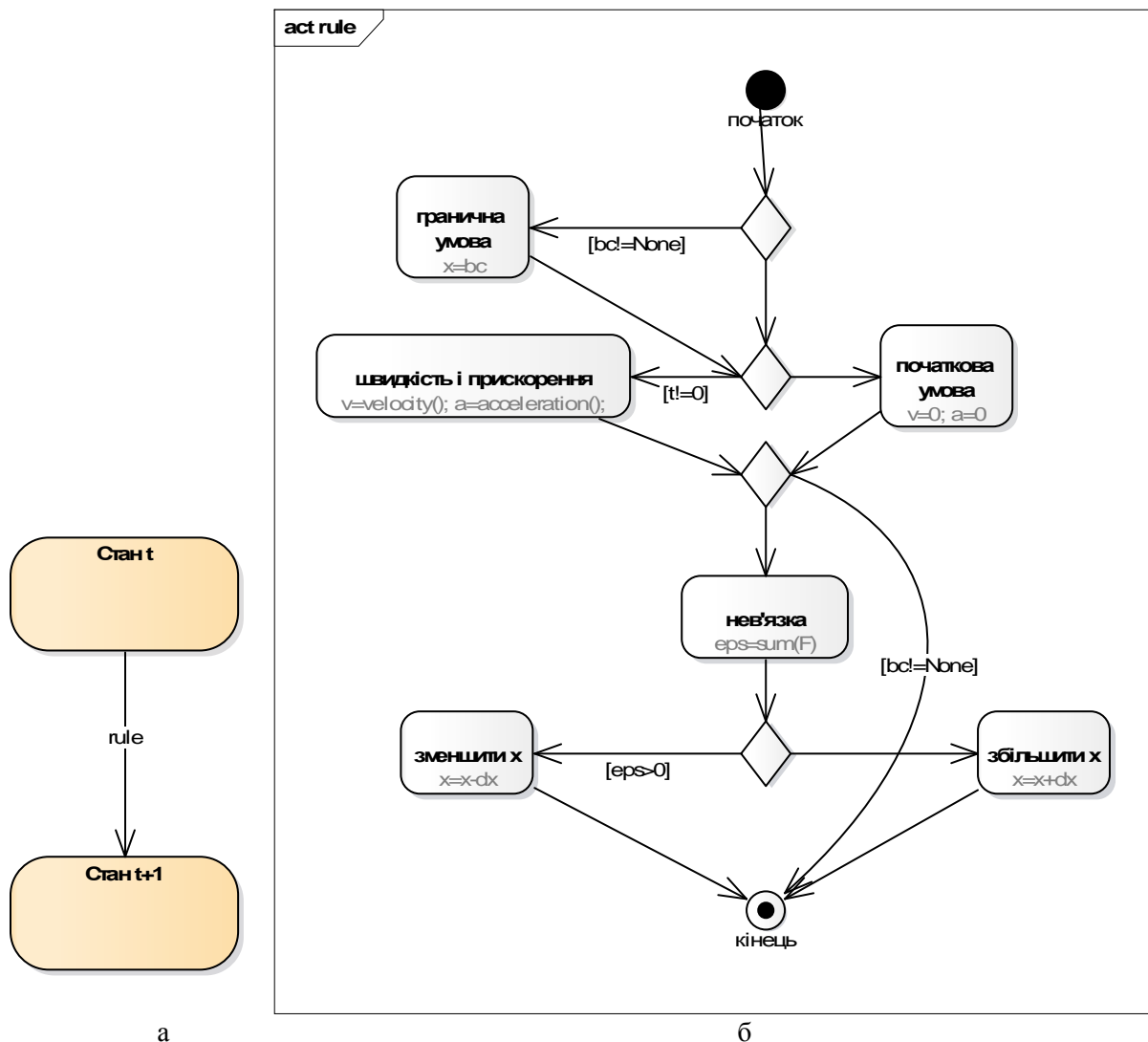
$$F_3 = P_3 \cdot S_{nl} ,$$

де  $P_3$  - тиск в затрубному просторі (Па).

$F_{дин.p}$  - сила інерції рідини під час ходу вверх (Н):

$$F_{дин.p} = m_{pid} \cdot a .$$

Створимо модель колони насосних штанг за допомогою системи автоматів, які з'єднані пружно-демпферними зв'язками (рис. 2 а). Окремий автомат являє собою уявний вузол колони (рис. 2 б), у якому зосереджена маса секції, її вага та інші сили. На рис. 3 наведено код класу **Automaton** мовою Python, який описує абстрактний автомат для моделювання руху вузла колони насосних штанг. Автомат володіє атрибутами та функцією переходу (правилом поведінки), яка призначена для зміни стану автомата. Окремому стану відповідає множина значень атрибутів автомата. Функція-конструктор **\_\_init\_\_** викликається під час створення автомата і описує його атрибути зі значеннями за замовчуванням – координату, швидкість, прискорення, масу, вагу та інші. Коди реалізації інших функцій класу тут не показано. Кожен автомат володіє інформацією про сусідні автомати зліва (або зверху) і справа



а - станів автомата; б - діяльності, яка описує перехід rule

Рисунок 4 – UML-діаграми

(або знизу). Для розрахунку швидкості і прискорення автомат запам'ятовує значення координати (**prevx**) і швидкості (**prevv**) для попереднього стану. На рис. 4а показана UML-діаграма станів автомата - орієнтований граф, в якому вершини відповідають станам, а дуга - переходу між двома станами. Стан автомата може змінитися під час зміни значення змінної часу **t** шляхом виклику функції **rule**, алгоритм якої наведено на рис. 4б.

Опишемо функцію **rule**. Якщо задана гранична умова для цього автомата, то координаті **x** присвоюється її значення. В початковий момент часу (**t=0**), змінним швидкості і прискорення присвоюється 0. В інші моменти часу їх значення розраховується за допомогою функцій **velocity** та **acceleration** класу **Automaton**. Після цього, якщо задана гранична умова, функція завершує своє виконання. В іншому випадку розраховуються компоненти сил, які діють на вузол. Для цього використовуються вищенаведені залежності, які реалізовані у відповідних функціях класу **Automaton**.

Відповідно принципу д'Аламбера сума усіх сил у вузлі разом з силою інерції повинна бути рівною нулю. Якщо сума сил **eps** більша 0, то **x** зменшується на **dx**. Якщо вона менша 0, то **x** збільшується на **dx**.

Система автоматів описується класом **CA\_model** (рис. 5).

Функція-конструктор **\_\_init\_\_** створює систему автоматів. Тут створюється список автоматів, за об'єктом класу **PU** задаються значення їх атрибутів, створюється список значень часу та списки граничних умов, зокрема, який описує закон переміщення полірованого штока. Клас **PU** містить атрибути і функції, які визнають параметри СШНУ. Код цього класу тут не наведено. Функція **run** знаходить урівноважений стан системи автоматів в конкретний момент часу. Код її основної частини зображено на рис. 6.

Функція **runDynamic** знаходить урівноважені стани системи автоматів для різних моментів часу. Тут для кожного значення у списку

```
class CA_model(object):
    """Система автоматів (колона штанг)"""
    def __init__(self,PU): ...
    def run(self): ...
    def runDynamic(self): ...
```

Рисунок 5 – Клас CA\_model

```
while e>eps: # поки сума нев'язок більша похибки розрахунку
    for a in self.p: # для кожного автомата
        a.dx=dx # задати крок наближення
        a.rule() # виконати функцію rule
    e=sum([abs(a.eps) for a in self.p]) # сума нев'язок
```

Рисунок 6 – Код основної частини функції run

ку часу задаються граничні умови **bc** і зовнішні сили **f** для усіх автоматів, викликається функція **run** та зберігаються поточні значення координати **x** і швидкості **v** у змінних **prevx** та **prevv** для кожного автомата.

Додатково в класі **CA\_model** розроблено функції, які формують списки часу та граничних умов, зберігають історію результатів, виводять довідкову інформацію, рисують графічні залежності.

Виконаємо моделювання СШНУ за допомогою розробленої програми. Колона довжиною 1500 м складається з суцільних штанг діаметром 0,019 м. Довжина ходу точки підвіски 3 м; кількість подвійних ходів за хвилину 6,5; внутрішній діаметр НКТ 0,1 м; діаметр плунжера 0,038 м; діаметр отвору сідла клапана 0,025 м; густина рідини 1000 кг/м<sup>3</sup>; кінематична в'язкість  $2 \cdot 10^{-6}$  м<sup>2</sup>/с; глибина занурення насоса під динамічний рівень 100 м. Тиск на гирлі в НКТ 100 кПа, тиск в затрубному просторі 500 кПа. Вважаємо, що свердловина не має викривлень. Колону поділимо на 8 секцій однакової довжини. Секції позначимо індексами від 0 (верхня) до 7 (нижня). Тоді кількість вузлів (автоматів) буде рівна 9. Розглянемо колону зі сталевих штанг та колону, яка містить 50% склопластикових штанг в її верхній частині.

Результати моделювання показані на рис. 7 і 8. Тут індексами 0..7 позначені динамограми, отримані в верхній частині відповідних секцій. Видно, що форма динамограм з індексом 0 відповідає формі практичних динамограм, отриманих на реальних СШНУ. Порівняємо динамограми з індексом 0 на рисунках 7 і 8. Для колони з склопластиковими штангами помітне зменшення навантажень в верхній її частині внаслідок зменшення її ваги та помітний сильний нахил лівої частини динамограми, який пояснюється малою пружністю склопластикових штанг. Мала пружність штанг спричинює суттєве зменшення довжини ходу плунжера, про що свідчить результат порівняння плунжерних динамограм з індексом 7. Результати моделювання з вищими частотами подвійних ходів показали збільшення довжини ходу плунжера, але і зросла амплітуда напружень. Звідси виникає необхідність оптимізації конструкції

колони з склопластиковими штангами, довжини ходу полірованого штоку та частоти подвійних ходів.

**Висновки.** Розроблена автоматна модель СШНУ є простою для розуміння і модифікації, дозволяє моделювати явища, які важко сформулювати в термінах диференціальних рівнянь, наприклад, стохастичну поведінку, або складні граничні умови чи накопичення пошкоджень. Програма виконана в стилі автоматного програмування популярною мовою Python, не потребує спеціалізованих засобів моделювання чи сторонніх бібліотек та допускає паралельні обчислення. На даний час програма використовує більше обчислювальних ресурсів ніж моделі на основі хвильового рівняння, тому наступним етапом досліджень буде оптимізація її алгоритму. Модель може бути використана для оптимізації параметрів СШНУ і як основа для побудови складніших моделей.

### Література

- Gibbs S. G. Rod Pumping: Modern Methods of Design, Diagnosis and Surveillance / Sam Gavin Gibbs. - Publisher: Author, 2012. - 660 p. - ISBN-13: 978-0-984-9661-0-3
- Romero O. J., Almeida P. Numerical simulation of the sucker-rod pumping system / O. J. Romero, P. Almeida // INGENIERIA E INVESTIGACION. - Vol. 34. - No. 3. - DECEMBER 2014. - P.4-11.
- Ковшов В. Д. Моделирование динамограммы станка-качалки. Нормальная работа насоса / В. Д. Ковшов, М. Е. Сидоров, С. В. Светлакова // Нефтегазовое дело. - №2. - 2004. - С. 75-81.
- Knapp R. M. A Dynamic Investigation of Sucker-Rod Pumping // KU ScholarWorks The University of Kansas Theses and Dissertations Collection B.S. - University of Kansas, 1963. - 47p.
- Wang G.W. An improved model for the sucker rod pumping system / G.W. Wang, S.S. Rahman, G.Y. Yang // 11th Australasian Fluid Mechanics Conference University of Tasmania, Hobart, Australia 14-18 Decemder 1992. - P.1137-1140.



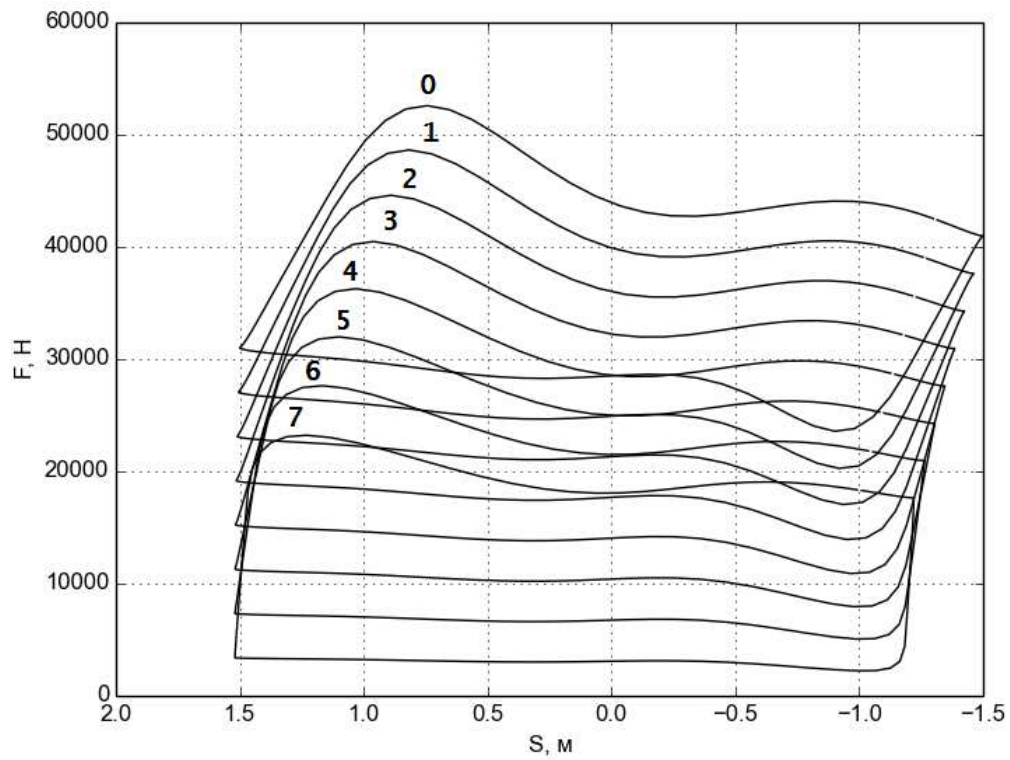


Рисунок 7 – Динамограми для колони з сталевими (100%) штангами

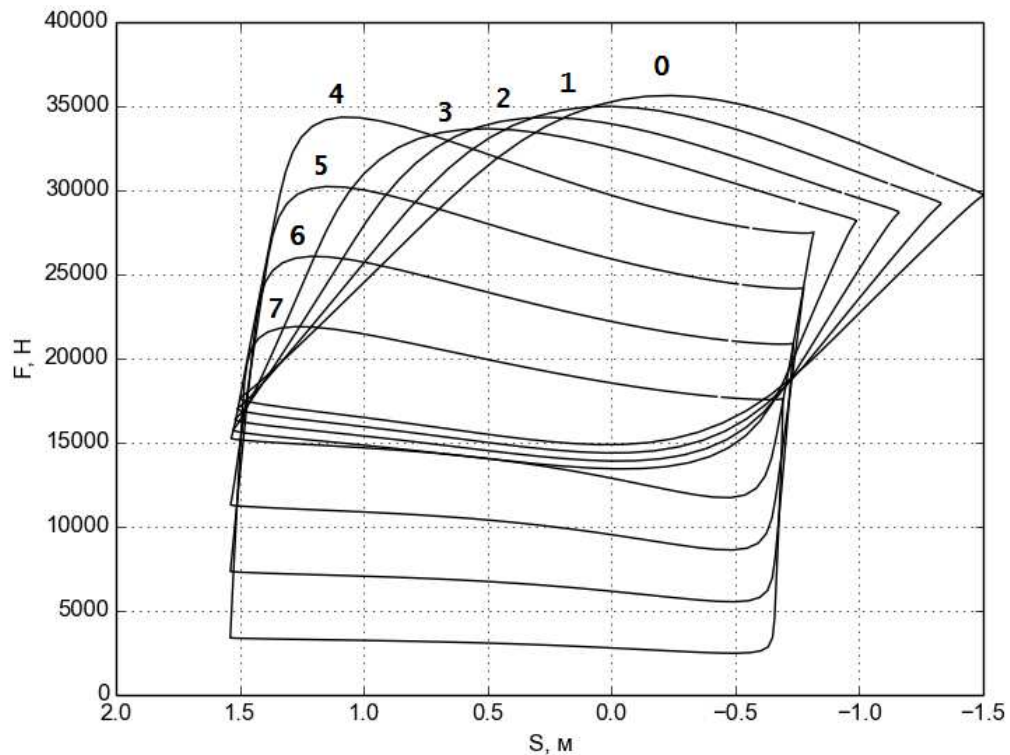


Рисунок 8 – Динамограми для колони з склопластиковими (50%) і сталевими (50%) штангами

6 LIU Xinfu. An Approach to the Design Calculation of Sucker Rod Pumping Systems in Coalbed Methane Wells / LIU Xinfu, QI Yaoguang, LI Yanxiang, LIU Chunhua // CHINESE JOURNAL OF MECHANICAL ENGINEERING. - Vol. 24. - 2011. - P.1-10

7 Takacs, Gabor. Sucker-Rod Pumping Manual / Gabor Takacs. - PennWell Corporation, 2003. - 395p.

8 Вассерман И.Н. Продольные колебания упругих стержневых систем с граничными условиями, определяемыми многозначными соотношениями [Текст]: автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук. : 01.02.04 / Игорь Николаевич Вассерман. – Пермь, 1999. – 18 с.

9 Kopey V. Development of Model of Sucker-Rod Pumping System by Using Maplesim™ Software / V. Kopey // Тези доповідей міжнародної науково-технічної конференції "Нафтогазова енергетика 2013" (Івано-Франківськ, 7-11 жовтня 2013р). - Івано-Франківськ: ІФНТУНГ, 2013. - С.116-118.

10 Добрынин Сергей. Компьютерное моделирование методом подвижных клеточных автоматов. – Saarbrücken Germany: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2011. – P. 132. – ISBN 978-3-8443-5954-1.

11 Тоффоли Т. Машины клеточных автоматов: Пер. с англ. / Т. Тоффоли, Н. Марголус. – М.: Мир, 1991. – 280 с.

12 Карпов Ю. Г. Имитационное моделирование систем. Введение в моделирование с AnyLogic 5 / Ю. Г. Карпов. – СПб: БХВ-Петербург, 2006. – 390 с.

13 Энциклопедия кибернетики / Отв. ред. Глушков В.М. – Т.1. – К.: Главная редакция Украинской Советской Энциклопедии, 1974. – 608 с.

14 Wolfram S. A. New Kind of Science / Stephen Wolfram. - Wolfram Media, Inc, 2002. - 1197p.

15 Аладьев В. З. Классические однородные структуры. Клеточные автоматы / В. З. Аладьев. - Fultus™Books, 2009. - 535с.

16 Поликарпова Н. И. Автоматное программирование / Н. И. Поликарпова, А. А. Шалыто. – СПб: СПбГУ ИТМО, 2008. – 167 с.

17 Мищенко И.Т. Скважинная добыча нефти: учеб. пособие для вузов / И.Т. Мищенко. – М: ФГУП «Изд-во «Нефть и газ» РГУ нефти и газа им. И.М. Губкина, 2003. – 816 с.

18 Пановко Я.Г. Внутреннее трение при колебаниях упругих систем / Яков Гилелевич Пановко. – М.: Гос. изд. физ.-мат. лит., 1960. – 196 с.

19 Вибрации в технике: Справочник. В 6-ти т. / Ред. совет: В. Н. Челомей (пред.). – М.: Машиностроение, 1981. – Т. 6. Защита от вибрации и ударов / Под ред. К. В. Фролова. 1981. – 456 с.

20 Orban F. Damping of materials and members in structures [Electronic resource] // 5th International Workshop on Multi-Rate Processes and Hysteresis (MURPHYS 2010). - Journal of Physics: Conference Series 268 (2011) 012022:

IOP Publishing. – Mode of access: <http://iopscience.iop.org/1742-6596/268/1/012022>

21 Копей В.Б. Аналіз і раціоналізація конструкцій протекторів для насосних штанг за допомогою параметричного тривимірного моделювання та методу скінченних елементів / В.Б. Копей, С.С. Чаплинський // Науковий вісник Івано-Франківського національного технічного університету нафти і газу. – 2004. – № 1(7). – С.23-28.

22 Справочное руководство по проектированию разработки и эксплуатации нефтяных месторождений. Добыча нефти / Р. С. Андриясов, И. Т. Мищенко, А. И. Петров и др.; под общ. ред. Ш. К. Гиматудинова. – М.: Недра, 1983. – 455 с.

*Стаття надійшла до редакційної колегії*  
01.09.17

*Рекомендована до друку*  
професором **Мойсишиним В.М.**  
(ІФНТУНГ, м. Івано-Франківськ)  
канд. техн. наук **Котом Г.В.**  
(Івано-Франківська філія Відкритого міжнародного університету розвитку людини «Україна», м. Івано-Франківськ)