2. Сароян А.Е. Теория и практика работы бурильной колонны. – М.: Недра, 1990. – 263 с.
3. Гольденблат И.И. Современные проблемы колебаний и устойчивости инженерных сооружений. – М.: Стройиздат, 1968. – 257 с.
4. Феодосьев В.И. Сопротивление материалов. – М.: Наука, 1972. – 544 с.
5. Расчет на прочность деталей машин: Справочник / Биргер И.А., Шорр Б.Ф., Йосилевич Г.Б. – М.: Машиностроение, 1979. – 702 с.

УДК 621.64.029

ВПЛИВ ЗМІНИ ПАРАМЕТРІВ ГАЗУ НА РОЗПОДІЛ ТИСКУ В ГОРИЗОНТАЛЬНИХ ТРУБОПРОВОДАХ

[1]О.Т.Михалевич, [2]Д.Ф.Тимків, [3]Я.Д.П'янило, [3]М.Г.Притула

[1] *ДК "Укртрансгаз", 01021, м. Київ, вул. Кловський узвіз, 9/1, тел. (044) 4612013*
e-mail: utg@ugp.viaduk.net

[2] *ІФНТУНГ, 76019, м. Івано-Франківськ, вул. Карпатська, 15, тел. (03422) 994330*
e-mail: public@ifdtung.if.ua

[3] *Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С.Підстригача, 79005, м. Львів, вул. Дудаєва, 15, e-mail: prom@cmm.lviv.ua, prytula@cmm.lviv.ua*

Получены зависимости распределения давления газа в стационарном случае движения от длины горизонтального трубопровода, когда параметры движения газа (температура, коэффициент сверхсжимаемости) постоянные или изменяются вдоль трубы.

Pressure distribution equations depending of length of pipeline during the stationary regime were gotten in this work. It was done in two cases, when the temperature and the coefficient of compressibility are constant or variable size up to the length of pipe.

Постановка проблеми. При розрахунках гідравлічних параметрів газу в трубопроводі користуються відомими формулами [1-7]. Не завжди в користувача є можливість оцінити достовірність розрахованих параметрів, бо в рамках моделей, які дали можливість отримати інженерні формули, не вдається розмежувати фактори впливу на характер руху газу. До таких факторів слід віднести: місцеві опори (зварні стики, повороти, відгалуження і т.п.); інші фактори – нехтування певними складовими чи параметрами математичної моделі, зокрема силою Коріоліса, силою тяжіння і т.п., усереднення параметрів газу (температури, коефіцієнта надстисливості, густини).

Оцінити розраховані параметри буває важко і ще тому, що заміри мають невисоку точність, процес руху газу є нестаціонарним і невідомим, як правило, є перелік наявних місцевих опорів. У таких випадках намагаються розраховувати еквівалентовані гідравлічні опори, які мають місце в певному діапазоні зміни параметрів руху газу. За межами цієї області визначений раніше параметр може вносити суттєві похибки в обчислення.

Огляд літератури. На даний час існує незначна кількість робіт, присвячених комплексному аналізу математичних моделей руху газу як в стаціонарному, так і в нестаціонарному випадках. У роботі [3] наведено емпіричні залежності для певних типів місцевих опорів. У більшості робіт щодо нестаціонарного руху газу основну увагу приділено способам розв'язування вихідних задач математичної фізики [1, 2, 4, 5, 7]. Оскільки всі пераховані фактори вносять певну частку в похибку обчислень відповідних параметрів, то актуальним є питання розробки обґрунтованих розрахункових формул для оперативних розрахунків.

Постановка задачі. Дослідити вплив усереднення та існуючих емпіричних і аналітичних залежностей на розрахунок гідравлічних параметрів руху газу.

Стаціонарний ізотермічний рух газу в горизонтальних трубопроводах можна описати з різним ступенем точності диференціальними рівняннями [1, 2]

$$\frac{\partial p}{\partial x}+\frac{\lambda \rho v^2}{2D}=0\,, \qquad (1)$$

$$\frac{\partial p}{\partial x}+\frac{\lambda \rho v^2}{2D}-\frac{v^2}{zRT}\frac{\partial p}{\partial x}=0\,. \qquad (2)$$

У рівняннях (1) і (2) позначено: $p=p(x)$ – розподіл тиску вздовж трубопроводу; λ – коефіцієнт гідравлічного опору; v – швидкість газу; T – температура газу; R – газова стала; z – коефіцієнт надстисливості газу; ρ – густина газу; x – поточна координата $x\in[0,L]$, де L – довжина трубопроводу. Якщо вважати, що параметри z та T є постійними, то розв'язки диференціальних рівнянь (1) і (2) при відомому вхідному тиску p_0 отримуються достатньо просто й мають такий вигляд [1-3]:

$$p_0^2-p^2=\frac{\lambda\, z\, r\, t}{D}\left(\frac{M}{F}\right)^2 x\ , \qquad (3)$$

$$p_0^2 - p^2 = \lambda zRT\left(\frac{M}{F}\right)^2 ln\frac{p}{p_0} = \frac{\lambda zRT}{D}\left(\frac{M}{F}\right)^2 x\,, \quad (4)$$

де: $F = \pi D^2/4$ – площа поперечного перерізу газопроводу;

$M = \rho_0 Q_0$ – масовий розхід.

Для визначення розподілу тиску по довжині трубопроводу, як правило, використовують формулу (3). При використанні формули (4) необхідно розв'язувати нелінійне рівняння відносно p. Однак при певних обмеженнях на розподіл тиску з достатньою для практики точністю можна отримати розв'язок рівняння (4) в аналітичному вигляді.

При руху газу в реальних умовах має місце нерівність

$$\left|\frac{p_0 - p}{p_0}\right| < 1\,. \quad (5)$$

Тому, обмежуючись двома членами розкладу логарифму в ряд Тейлора в околі точки p_0, можна вважати, що

$$ln\frac{p}{p_0} = ln\left(1 - \frac{p_0 - p}{p_0}\right) \approx -\frac{p_0 - p}{p_0} - \frac{(p_0 - p)^2}{3p_0^2}\,.(6)$$

Якщо в рівнянні (4) використати розклад (6), то для визначення тиску p отримуємо таке квадратне рівняння:

$$\left(1 - \frac{a_0}{p_0^2}\right)p^2 - \frac{4a_0}{p_0}p + 3a_0 - p_0^2 + a_2 x = 0\,, \quad (7)$$

де: $a_0 = zRT\left(\frac{M}{F}\right)^2$;

$a_2 = \frac{\lambda zRT}{D}\left(\frac{M}{F}\right)^2$.

Розв'язок рівняння (6) має вигляд

$$p = \frac{p_0}{p_1^2 + a_0} \times$$
$$\times\left[\frac{2a_0}{p_0} + \sqrt{\frac{4a_0^2}{p_0^2} + \left(1 + \frac{a_0}{p_0^2}\right)\left(p_0^2 - 3a_0 a_0 x\right)}\right]. \quad (8)$$

Легко бачити, що при $a_0 = 0$ з формули (7) отримується формула (3).

Зауважимо, що диференціальне рівняння (2) враховує турбулентний характер руху газу в трубопроводі. В рівнянні (1) характер руху не враховується.

Формули (3) і (4) (або (8)) отримані в припущенні, що температура T та коефіцієнт надстисливості є величинами сталими. Очевидно, це призводить до певної похибки при обчисленні значення тиску вздовж трубопроводу. У зв'язку з цим дослідимо вплив залежності коефіцієнта надстисливості z та T на розподіл тиску вздовж труби.

Для обчислення z має місце емпірична формула [3]

$$z = \frac{1}{1 + fp}\,,$$

де: p – вимірюється в атмосферах,

$f = \left(24 - 0.21t^\circ C\right)\cdot 10^{-4}$,

$t^\circ C$ – температура газу за Цельсієм, яка з достатньою для практики точністю описує відмінність реального газу від ідеального.

Будемо вважати спочатку, що температура є сталою. Тоді підстановка залежності (9) в рівняння (2) приводить до такого диференціального рівняння з відокремленими змінними:

$$\left[p[1 + fp] - gRT\left(\frac{M}{F}\right)^2 \frac{1}{p}\right]dp = -\frac{\lambda RT}{2D}\left(\frac{M}{F}\right)^2 dx\,. \quad (10)$$

Розв'язок останнього рівняння має вигляд

$$p^2 - p_0^2 + \frac{2}{3}f\left(p^3 - p_0^3\right) - 2RT\left(\frac{M}{F}\right)^2 ln\frac{p}{p_0} = -\frac{\lambda RT}{2D}\left(\frac{M}{F}\right)^2 x\,. \quad (11)$$

Останнє рівняння є нелінійним відносно p. Для його розв'язування можна застосувати числовий метод. Однак аналітичний розв'язок має ряд переваг над числовим, оскільки він визначає вид функціональної залежності шуканої змінної. Тому, враховуючи границі зміни параметрів, що входять в рівняння (11), можна отримати параметричні залежності для визначення наближених значень коефіцієнтів цього рівняння.

Оскільки має місце нерівність (5), то використаємо асимптотичний розклад (6) із збереженням трьох перших доданків. В результаті підстановки (6) в (11) приходимо до такого рівняння для визначення тиску:

$$p = p(x) = \varepsilon\, p^3 + d_2 p^2 + d_1 p - d_0 = 0\,. \quad (12)$$

В останньому співвідношенні позначено:

$$\varepsilon = \frac{2}{3}f - \frac{2\bar{a}_0}{3p_0^3}\,; \quad d_2 = 1 + \frac{3\bar{a}_0}{p_0^2}\,; \quad d_1 = \frac{3\bar{a}_0}{p_0}\,;$$

$$d_0 = p_0^2 + \frac{2}{3}fp_0^3 - \frac{11}{3}\bar{a}_0 - \bar{a}_1 x\,;$$

$$\bar{a}_0 = RT\left(\frac{M}{F}\right)^2; \quad a_2 = \frac{\lambda RT}{D}\left(\frac{M}{F}\right)^2.$$

При обчисленні коефіцієнтів рівняння (12) за реальними даними легко перевірити, що параметр ε є достатньо малий. Тому для розв'язування рівняння (12) можна застосувати теорію збурення, згідно з якою перших два доданки розкладу мають вигляд

$$p \approx \widetilde{p}_0 + \varepsilon \Delta p, \qquad (13)$$

де $\widetilde{p}_0$ є розв'язком рівняння

$$d_2 \widetilde{p}^2 - d_1 \widetilde{p} - -d_0 = 0 \qquad (14)$$

і має вигляд

$$\widetilde{p} = \frac{1}{2d_2}\left(d_1 + \sqrt{d_1^2 + 4d_2 d_0}\right), \qquad (15)$$

а

$$\Delta p = -\frac{\widetilde{p}^3}{3\varepsilon \widetilde{p}^2 - 2d_2 \widetilde{p} - d_1}.$$

Знаходження наступних доданків розкладу в асимптотичній рівності (13) не пов'язане з математичними труднощами, однак веде до громіздких формул. Тому розглянемо ще один з наближених способів розв'язання рівняння (12).

Позначимо

$$\varphi(p) = \varepsilon p^3 + d_2 p^2 - d_1 p - d_0 = 0$$

і функцію $\varphi(p)$ розкладемо в ряд Тейлора в околі деякої точки $\widetilde{p}$, тобто:

$$\varphi(p) \approx \varphi(\widetilde{p}) + \varphi'(\widetilde{p})(p - \widetilde{p}) + \frac{1}{2} f''(\widetilde{p})(p - \widetilde{p})^2, \qquad (16)$$

обмежуючись трьома першими доданками. Якщо праву частину співвідношення (16) прирівняти до нуля, то для обчислення значення тиску p отримаємо таку формулу:

$$p = \frac{1}{2h_2}\left[-h_1 + \sqrt{h_1^2 - 4h_2 h_0}\right]. \qquad (17)$$

В останній формулі позначено:

$$h_0 = \varphi(\widetilde{p}) - \varphi'(\widetilde{p})\widetilde{p} + \frac{1}{2}\varphi''(\widetilde{p})\widetilde{p}^2;$$

$$h_1 = \varphi'(\widetilde{p}) - \widetilde{p}\varphi''(\widetilde{p}); \qquad (18)$$

$$h_2 = \frac{1}{2}\varphi''(\widetilde{p}).$$

Як видно з формул (17) та (18), значення p суттєво залежить від вибору значення $\widetilde{p}$. Оскільки параметр ε є достатньо малим, то $\widetilde{p}$ доцільно вибирати у вигляді (15).

Перейдемо тепер до оцінки впливу залежності $T = T(x)$ на розподіл тиску вздовж трубопроводу. При цьому спочатку будемо вважати, що коефіцієнт надстисливості z є постійним. Далі, оскільки згідно з експериментом врахування турбулентності потоку вносить незначний вклад в значення тиску $p(x)$ (приблизно 0.1% при $p_0 = 40$ атм), вихідним будемо вважати рівняння (2).

Відомо [1-3], що при стаціонарному руху газу температура вздовж труби змінюється згідно з законом

$$T = T_{gr} + \left(T_0 - T_{gr}\right)e^{-ax} - \left[D_i \frac{p_n - p_k}{L} + \frac{q\Delta h}{C_p L}\right]\frac{1 - e^{-ax}}{a}, \qquad (19)$$

де позначено:

T_0 – температура газу на вході в трубопровід;

T_{gr} – температура грунту;

D – коефіцієнт Джоуля-Ленца;

C_p – коефіцієнт теплопередачі від газу до грунту;

Δh – перепад висот між кінцем і початком газопроводу;

p_0, p_k – значення тиску на початку та в кінці газопроводу;

$a = \dfrac{k\pi D}{C_p M}$.

Нехай

$$\eta = \frac{\lambda z R}{2D}\left(\frac{M}{F}\right)^2.$$

Тоді для визначення розподілу тиску отримується таке диференціальне рівняння:

$$pdp = -\eta\left\{T_{gr} + \left(T_0 - T_{gr}\right)e^{-ax} - \left[D_i \frac{p_0 - p_k}{L} + \frac{q\Delta h}{C_p L}\right]\frac{1 - e^{-ax}}{a}\right\}dx. \qquad (20)$$

При початковому тиску p_0 рівняння (20) має такий розв'язок:

$$p^2 - p_0^2 = -2\eta\left\{T_{gr}x + \left(T_0 - T_{gr}\right)\frac{1 - e^{-ax}}{a} - \left[\frac{p_i}{a}\frac{p_0 - p_k}{L} + \frac{q\Delta h}{aLC_p}\right]\left[x - \frac{1 - e^{-ax}}{a}\right]\right\}. \qquad (21)$$

Формула (21) отримана в припущенні , що коефіцієнт надстисливості z є величиною сталою. Як було відзначено вище, залежність $z = z(T, p)$ задається співвідношенням (9). У зв'язку з цим доцільно знайти формулу залежності тиску від довжини труби з врахуванням співвідношення (9).

Нехай

$$\eta = \frac{\lambda R}{2D}\left(\frac{M}{F}\right)^2.$$

Тоді диференціальне рівняння для визначення розподілу тиску буде мати такий вигляд:

$$p\,dp = -\eta_1 \frac{T}{1 + fp}dx. \qquad (22)$$

Якщо врахувати залежність (19), то останнє диференціальне рівняння є нелінійним відносно p зі змінними коефіцієнтами. Для його розв'язування можна використати чисельні або ітераційні методи. Швидкість збіжності ітераційних процесів значно залежить від початкового наближення.

Нехай T_{00} і T_c – температура газу в нормальних (стандартних) умовах та середня температура газу в трубопроводі. Позначимо

$$z_0 = \frac{1}{1+f_0 p} ,$$

де $f_0 = \left(24 - 0.21\left(T_c - T_{00}\right)\right)\cdot 10^{-4}$.

За початкове наближення будемо брати розподіл тиску, який визначається з такого диференціального рівняння:

$$p\,dp = -\eta_1 T z_0\, dx . \qquad (23)$$

Останнє рівняння можна розв'язувати при різних припущеннях.

а) При сталому значенні коефіцієнта надстисливості та середньому значенні температури

$$z_0 = \frac{1}{1+f_0 p_c} , \qquad (24)$$

де p_c – середнє значення тиску, що обчислюється згідно з формулою

$$p_c = \frac{2}{3}\left(p_n + \frac{p_k^2}{p_n + p_k}\right), \qquad (25)$$

а для обчислення середньої температури T_c має місце формула

$$T_c = T_{gr} + \left(T_0 - T_{gr}\right)\frac{1-e^{-aL}}{aL} -$$
$$-\left[D_i\left(p_n - p_k\right) + \frac{q\Delta h}{C_p}\right]\frac{1}{aL}\left[1 - \frac{1-e^{-aL}}{aL}\right]. \qquad (26)$$

б) При $z_0 = const$ та з врахуванням залежності (13) побудуємо ітераційну схему для знаходження розподілу тиску вздовж газопроводу. З рівняння (22) отримуємо

$$p^2 = p_n - \eta_1 \int_0^x \frac{T\,dx}{a + fp} .$$

Якщо $p_j = p_j(x)$ – значення тиску в точці x на j-му кроці, то значення тиску на $j+1$-му кроці будемо визначати таким чином:

$$p_{j+1}^2 + p_n^2 -$$
$$-\eta_1 \int_0^x \frac{T(y)\,dy}{1+\left(24 - 0.21\left(T(y) - T_{00}\right)\right)p_j(y)\cdot 10^{-4}} , \qquad (28)$$

де залежність $T(x)$ задається формулою (19). За нульове наближення в даному випадку можна взяти один зі знайдених вище розподілів тиску вздовж труби, тобто формули (3), (8), (13), (17) або (22).

З формули (28) отримуємо, що

$$p_{j+1} = \left\{ p_n^2 - \eta_1 \times \right.$$
$$\left. \times \int_0^x \frac{T(y)\,dy}{1+\left(24 - 0.21\left(T(y) - T_{00}\right)\right)p_j(y)\cdot 10^{-4}} \right\}^{\frac{1}{2}} , \qquad (29)$$

Якщо в формулі (29) j-ту ітерацію виразити через ($j-1$)-у і продовжити цей процес далі до початкової ітерації, то довільна ($j+1$)-а ітерація визначається через початкову у вигляді аналога підхідного інтегрального ланцюгового дробу.

Висновки. Проведені дослідження дають можливість оцінити вплив основних факторів (температури, коефіцієнта надстисливості і т.п.) на точність розрахунку параметрів руху газу.

Література

1. Александров А.В., Яковлев Е.И. Проектирование и эксплуатация систем дальнего транспорта газа. – М.: Недра, 1974. – 443 с.

2. Бобровский С.А., Щербаков С.Г. Яковлев Е.И., Гарляускас А.И., Грачев В.В. Трубопроводный транспорт газа. – М.: Наука, 1976. – 495 с.

3. Вольский Э.Л., Константинова И.М. Режим работы магистрального газопровода. – М.: Недра, 1970. – 168 с.

4. Евдокимов А.Г.,Тевятев А.Д., Дубровский В.В. Моделирование и оптимизация потокораспределения в КС. – М: Стройиздат, 1990. – 368 с.

5. Сухарев М.Г., Ставровский Е.Р., Брянских В.Е. Оптимальное развитие систем газоснабжения. – М: Недра, 1981. – 294 с.

6. ТемпельФ.Г., Маслов В.М. Технология режима газопередачи. – Л.: Недра, 1974. – 112 с.

7. Темпель В.Ф. Моделирование газоснабжающих систем. – Л: Недра, 1986. – 184 с.