

## ДОСЛІДЖЕННЯ ПРИПЛИВУ РІДИНИ ДО ГОРИЗОНТАЛЬНОЇ СВЕРДЛОВИНИ В КРУГОВОМУ АНІЗОТРОПНОМУ ПЛАСТІ

<sup>1</sup>В.С.Бойко, <sup>2</sup>С.І.Іванов, <sup>1</sup>Л.Д.Мельниченко

<sup>1</sup>ІФНТУНГ, 76019, м. Івано-Франківськ, вул. Карпатська, 15,  
тел. (0342) 994196, факс (0322) 599419, e-mail: public@ifdtung.if.ua

<sup>2</sup>ТзОВ "Оренбурггазпром", 460021, Росія, м. Оренбург, вул. 60-річчя Жовтня, 11,  
e-mail: press@ngd.gazprom.ru

*Предложена новая модель притока жидкости к горизонтальной скважине в круговом анизотропном (слоисто-неоднородном) пласте с использованием методов фрагментов и изотропизирующей деформации пространства. Введено понятие псевдоскин-фактора. Показано его изменение в зависимости от коэффициента анизотропии коэффициента проницаемости пласта и длины горизонтального участка ствола скважины.*

*There has been proposed the new model of fluid influx to horizontal well in circular anisotropic strata (layer anisotropy) with usage of fragment and isotropic deformation of space. There has been introduced the conception of pseudo-skin factor. There has been shown its change depending on coefficient of anisotropy, coefficient of permeability and length of well's stem.*

Застосування горизонтальних свердловин є одним із сучасних методів збільшення дебітності свердловин і підвищення ефективності розробки нафтових і газових покладів. Дослідження припливу рідини і газу до горизонтальних свердловин з тих чи інших позицій виконано в багатьох роботах [1]. Нами запропоновано нову гідродинамічну модель припливу до горизонтальної свердловини в круговому анізотропному (шарово-неоднорідному) пласті, яка відомими методами [2] легко трансформується на випадок фільтрації газу за законом Дарсі.

На сьогоднішній день в Україні маємо справу з нафтовими і газовими покладами в осадових породах, окрім кількох родовищ, пов'язаних з карбонатним колектором. Теригенним пластам взагалі притаманна шарова будова. Уявлення про шаруватість дають відслонення порід, керни. Наприклад, на нафтошахті Ярегського родовища спостерігали шаруватість: шари товщиною від частин метра до декількох метрів, а всередині них прошарки від частин сантиметра до декількох сантиметрів. Ці шари простежуються на відстанях від частин метра до десятків, а іноді і сотень метрів. Грація між ними знижує проникність [3].

При розв'язанні задач фільтрації в дрібношарових породах останні можна розглядати як анізотропні середовища з головними значинами тензора коефіцієнта проникності вздовж і впоперек шарів [4].

Відомо, що розв'язки задач фільтрації зводяться в більшості випадків до задач типу Діріхле-Неймана з різними граничними умовами. При цьому інтегруванню підлягають рівняння Лапласа або Пуассона, які одержуються в результаті підстановки закону Дарсі в рівняння нерозривності. Тоді, вважаючи процес фільтрації усталеним для розв'язування задачі припливу до горизонтальної свердловини, треба розв'язати рівняння:

$$k_r \left( \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} \right) + k_v \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = 0, \quad (1)$$

де:  $k_r$ ,  $k_v$  – коефіцієнти проникності пласта в горизонтальному (вздовж шарів) і вертикальному (впоперек шарів) напрямках;

$p$  – тиск;

$x, y, z$  – просторові координати, які співпадають з головними осями тензора коефіцієнта проникності, причому коефіцієнти проникності вздовж осей  $x$  і  $y$  рівні.

Розв'язок цього рівняння можна одержати кінцево-різницевою методом. Для одержання аналітичного розв'язку використаємо метод фрагментів [1]. Припускаємо, що в круговому горизонтальному пласті з радіусом колового контура живлення  $R_k$  розміщено горизонтальну свердловину довжиною  $L$ , радіусом  $r_c$  на відстані  $\sigma$  від покрівлі пласта. Товщина пласта становить  $h$ . У роботі [5] показано, що просторове розміщення горизонтальної свердловини відносно покрівлі і підосви ізотропного пласта практично не впливає на дебіт. Встановлено також [6], що горизонтальна свердловина гідродинамічно рівнозначна досконалій вертикальній свердловині однакової з нею довжини, коли  $t > h^2 / \rho k_z$ , тобто коли  $h > \sqrt{\rho k_z t}$ , де  $k_z$  – коефіцієнт п'єзопровідності пласта вздовж осі  $z$ ,  $t$  – час. На відстані від свердловини, що дорівнює товщині пласта  $h$ , розподіл тиску не залежить від місцезнаходження свердловини відносно покрівлі і підосви пласта. Звідси горизонтальну свердловину у вертикальній площині, яка перпендикулярна до її осі, замінюємо еквівалентним циліндром. Радіус еквівалентного циліндра беремо рівним  $R = h/2$ . Таким чином, ми прийшли до задачі фільтрації в круговому пласті до циліндра, який розкриває пласт на всю його товщину, або, інакше, до досконалої

вертикальної тріщини, коли треба розв'язати рівняння Лапласа:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} = 0. \quad (2)$$

За даними В.П.Пилатовського [5] таку тріщину, точніше прямокутник у горизонтальній площині, можна замінити еліпсоподібною свердловиною. Півосі такого еліпса становлять:  $a = L/2$ ;  $b = R$ . Приплив рідини до еліпса еквівалентний припливу до свердловини з радіусом [7]  $r'_c = (a + b)/2 = (L/2 + R)/2 = (L + h)/4$ . Тоді дебіт кругового циліндра у круговому пласті зразу можна подати формулою Дюпюї [2]

$$Q = \frac{2\pi k_\Gamma h \Delta p_1}{\mu \ln \frac{4R_k}{L + h}}, \quad (3)$$

де  $\Delta p_1$  – перепад тиску між контуром живлення пласта і поверхнею циліндра радіусом  $R$ .

Ця формула відрізняється від формули В.П.Пилатовського [5] стосовно фільтрації до досконалої вертикальної тріщини в тонкому круговому пласті наявністю в знаменнику товщини пласта  $h$ . Для ізотропного пласта цим можна було б обмежитися, враховуючи, що  $L \gg h$ . Разом з тим у шарово-неоднорідному чи анізотропному пласті, коли  $k_B \ll k_\Gamma$ , нехтувати фільтраційним опором припливу до свердловини всередині циліндра радіусом  $R$  не допустимо. Тому далі розглядаємо плоский фільтраційний потік, що припадає на одиницю довжини свердловини  $L$  у вертикальній площині, яка перпендикулярна до осі свердловини, у круговому циліндричному пласті радіусом  $R$  до концентрично розміщеної свердловини. Відзначимо, що пласт анізотропний з коефіцієнтами проникності  $k_\Gamma$  і  $k_B$  вздовж координатних осей відповідно  $y$  і  $z$ , які співпадають з головними осями анізотропії. Фільтрація в даному випадку, описується рівнянням

$$k_\Gamma \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + k_B \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = 0. \quad (4)$$

Основним методом розв'язування крайових задач типу Діріхле-Неймана для анізотропних середовищ є метод ізотропізуючої деформації простору [1, 4]. Проведемо ізотропізуючу деформацію простору за формулами

$$\bar{y} = \frac{cy}{\sqrt{k_\Gamma}}; \quad \bar{z} = \frac{cz}{\sqrt{k_B}}, \quad (5)$$

де:  $c$  – деяка постійна;

$\bar{y}, \bar{z}$  – просторові координати ізотропного середовища.

На основі аналізу витрати рідини за законом Дарсі вздовж координатних осей одержуємо

$$\begin{aligned} c &= 4\sqrt{k_\Gamma k_B}; \quad \bar{y} = 4\sqrt{\frac{k_B}{k_\Gamma}} y; \\ \bar{z} &= 4\sqrt{\frac{k_\Gamma}{k_B}} z; \quad k = \sqrt{k_\Gamma k_B}. \end{aligned} \quad (6)$$

де  $k$  – коефіцієнт проникності ізотропного середовища.

Тоді наше рівняння в нових координатах набуде вигляду рівняння Лапласа в канонічній формі. Замінюючи свердловину точковим стоком, запишемо відомий для цієї задачі розв'язок рівняння Лапласа [4]:

$$p(\bar{y}, \bar{z}) = \frac{q\mu}{2\pi k} \ln r' + c', \quad (7)$$

де:  $c'$  – деяка постійна, яка визначається із граничних умов;

$r'$  – біжучий радіус в ізотропному пласті.

У початковій системі координат радіус-вектор  $r'$  складав з осями анізотропії кути, косинуси яких відповідно рівні  $\alpha_1$  і  $\alpha_2$ , а довжина його була рівна  $|r| = \sqrt{y^2 + z^2}$ . Тоді, враховуючи формули ізотропізуючої деформації, знаходимо для деформованого простору

$$|r'| = c \sqrt{\frac{y^2}{k_\Gamma} + \frac{z^2}{k_B}}.$$

Оскільки  $y = |r| \alpha_1$  і  $z = |r| \alpha_2$ , то

$$|r'| = c \sqrt{\frac{|r|^2 \alpha_1^2}{k_\Gamma} + \frac{|r|^2 \alpha_2^2}{k_B}} = \frac{c|r|}{\sqrt{k'_\Pi}},$$

де  $k'_\Pi = \frac{1}{\alpha_1^2/k_\Gamma + \alpha_2^2/k_B}$  – скерований коефіцієнт проникності пласта.

Тоді розв'язок задачі у старих координатах записується так:

$$p(\bar{r}) = \frac{q\mu}{2\pi\sqrt{k_\Gamma k_B}} \ln \frac{r}{\sqrt{k'_\Pi}} + c'_1, \quad (8)$$

де:  $\bar{r}$  – радіус-вектор точки пласта, який за напрямом співпадає із вектором швидкості фільтрації;

$c'_1$  – деяка постійна.

Аналіз цього рівняння дає змогу виснувати, що еквіпотенціальні лінії плоского гідродинамічного поля точкового стоку в анізотропному середовищі є подібними між собою еліпсами з співвідношення між осями, рівними  $\sqrt{k_\Gamma/k_B}$ . Звідси слідує, що контуром живлення анізотропного пласта також буде еліпс, який є однією із еквіпотенціальних ліній гідродинамічного поля стоку. Абсолютні величини півосей визначаються із наступних співвідношень:

$$(a_k + b_k)/2 = R; \quad a_k/b_k = \sqrt{k_\Gamma/k_B}.$$

Звідси маємо:

$$a_k = \frac{2R\sqrt{k_\Gamma}}{\sqrt{k_\Gamma} + \sqrt{k_B}}; \quad b_k = \frac{2R\sqrt{k_B}}{\sqrt{k_\Gamma} + \sqrt{k_B}}. \quad (9)$$

Використовуючи формули ізотропізуючого перетворення, знаходимо величину еквівалентного радіуса, який необхідно підставити у розв'язок для врахування граничних умов,

$$R' = \frac{2Rc}{\sqrt{k_\Gamma} + \sqrt{k_B}}. \quad (10)$$

Контур свердловини в допоміжному ізотропному пласті перетворюється в еліпс з півсями  $a_c = cr_c/\sqrt{k_\Gamma}$ ;  $b_c = cr_c/\sqrt{k_B}$ .

Таким чином, ми прийшли до задачі про приплив рідини до еліптичної свердловини в ізотропному пласті з коловим контуром живлення радіусом  $R'$ . Як відомо [7], з достатньою точністю еліптичну свердловину можна замінити круговою свердловиною з еквівалентним радіусом

$$r'_c = \frac{a_c + b_c}{2} = \frac{cr_c}{2} \frac{\sqrt{k_\Gamma} + \sqrt{k_B}}{\sqrt{k_\Gamma k_B}}. \quad (11)$$

Тоді зразу записуємо формулу дебіту свердловини довжиною  $L$  у круговому анізотропному пласті радіусом  $R = h/2$  за аналогією з формулою Дюпюї у вигляді

$$Q = \frac{2\pi L \sqrt{k_\Gamma k_B} \Delta p_2}{\mu \ln \frac{2h\sqrt{k_\Gamma k_B}}{r_c (\sqrt{k_\Gamma} + \sqrt{k_B})^2}}, \quad (12)$$

де  $\Delta p_2$  – перепад тиску в круговому циліндричному пласті радіусом  $R'$ .

Таким чином, шукану модель припливу рідини до горизонтальної свердловини в анізотропному (шаровонеоднорідному) пласті за правилом похідних пропорцій подаємо рівнянням:

$$Q = \frac{2\pi \Delta p}{\mu \left[ \frac{1}{k_\Gamma h} \ln \frac{4R_k}{L+h} + \frac{1}{L\sqrt{k_\Gamma k_B}} \ln \frac{2h\sqrt{k_\Gamma k_B}}{r_c (\sqrt{k_\Gamma} + \sqrt{k_B})^2} \right]}, \quad (13)$$

або

$$Q = \frac{2\pi k_\Gamma h \Delta p}{\mu \left[ \ln \frac{4R_k}{L+h} + \frac{hk_\Gamma}{L\sqrt{k_\Gamma k_B}} \ln \frac{2h\sqrt{k_\Gamma k_B}}{r_c (\sqrt{k_\Gamma} + \sqrt{k_B})^2} \right]}, \quad (14)$$

або

$$Q = \frac{2\pi k_\Gamma h \Delta p}{\mu \left[ \ln \frac{4R_k}{L+h} + \frac{hk}{L} \ln \frac{2hk}{r_c (1+\kappa)^2} \right]}, \quad (15)$$

де:  $\kappa = \sqrt{k_\Gamma/k_B}$  – коефіцієнт анізотропії пласта за проникністю;

$\Delta p = \Delta p_1 + \Delta p_2$  – загальний перепад тиску між контуром пласта і горизонтальною свердловиною.

Модель на основі аналогії [2] легко трансформується на випадок фільтрації реального газу за законом Дарсі до горизонтальної свердловини, коли записати замість тиску  $p$  функцію Лейбензона, замість динамічного коефіцієнта в'язкості  $\mu$  – середньоарифметичну значину коефіцієнтів за пластового і вибійного тисків, ввести середньоарифметичну значину коефіцієнта стисливості газу і температурну поправку, а тоді  $Q$  виражатиме дебіт горизонтальної газової свердловини за стандартних (чи нормальних) умов.

Замінімо горизонтальну свердловину еквівалентною їй вертикальною свердловиною зі зведеним радіусом  $r_{cr}$ , тобто

$$Q = \frac{2\pi k_\Gamma h \Delta p}{\mu \ln \frac{R_k}{r_{cr}}}. \quad (16)$$

Прирівнюючи два останні вирази, знаходимо

$$r_{cr} = r_c \exp(-c_\Gamma), \quad (17)$$

де псевдоскін-фактор, який враховує горизонтальне розміщення свердловини,

$$c_\Gamma = -\frac{hk}{L} \ln \frac{r_c (1+\kappa)^2}{2hk} + \ln \frac{4r_c}{L+h}. \quad (18)$$

Для аналізу зведемо псевдоскін-фактор  $c_\Gamma$  до безрозмірного вигляду за вхідними величинами  $\bar{l} = l/h$ ,  $\bar{r}_c = r_c/h$ , тобто

$$c_\Gamma = -\frac{\kappa}{L} \ln \frac{\bar{r}_c (1+\kappa)^2}{2\kappa} + \ln \frac{4\bar{r}_c}{\bar{L}+1}. \quad (19)$$

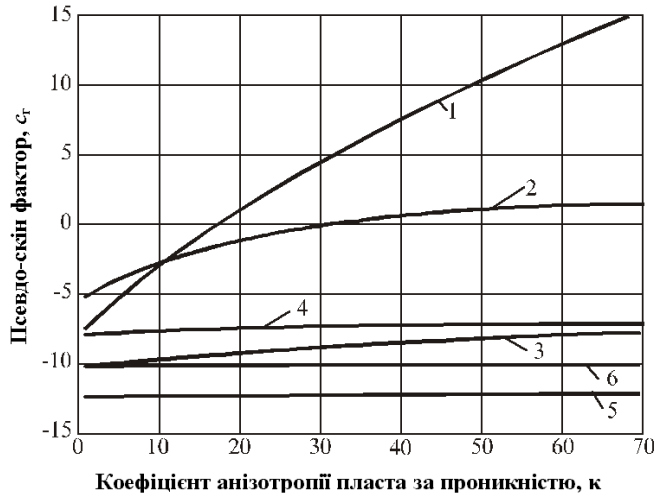
Оцінімо різницю між (3.34) і (3.32), тобто

$$c_\Gamma = -\frac{\kappa}{L} \ln \frac{(1+\kappa)^2}{8\pi} + \ln \frac{4L}{2,7(L+1)} - 1. \quad (19)$$

За (19) виконано розрахунки:

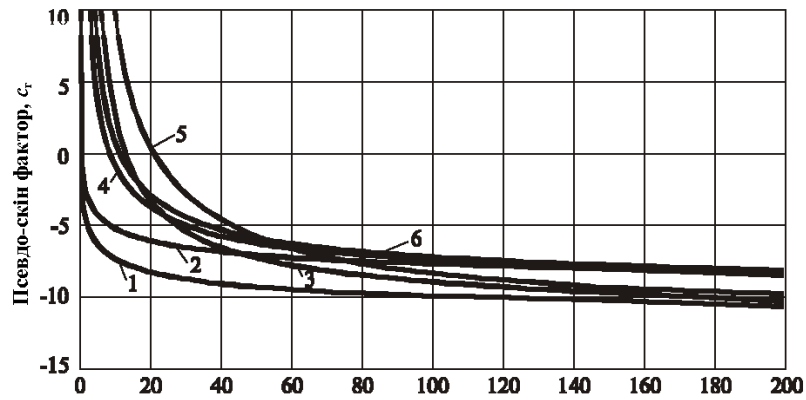
$$\bar{L} = 1 - 200; \quad \kappa = 1 - 70; \quad \bar{r}_c = 10^{-2}; 10^{-3}.$$

Аналіз показує, що зі зростанням коефіцієнта анізотропії пласта  $\kappa$  за проникністю псевдоскін-ефекту  $c_\Gamma$  збільшується, особливо за малих значин  $\bar{L}$  (рис. 1). Ця зміна суттєва за  $\bar{L} < 10$ , а за  $\bar{L} > 10$  псевдоскін-фактор  $c_\Gamma$  практично не залежить від  $\kappa$ , тобто протилежні впливи  $\kappa$  і  $\bar{L}$  практично взаємно компенсуються. Разом з тим зі зростанням  $\bar{L}$  значина  $c_\Gamma$  різко зменшується і за  $\bar{L} > 50-100$  залежність  $c_\Gamma(\bar{L})$  виположується, причому виположування настає тим раніше, чим менше  $\kappa$  (рис. 2). За  $\bar{L} > 10-20$  і  $\kappa = 25 - 50$  величина  $c_\Gamma$  переходить в область від'ємних значин (див. рис. 2), звідки виснуємо, що горизонтальна свердловина є ефективнішою від вертикальної (за величиною дебіту). Зі збільшенням  $\bar{L}$  зведений радіус  $r_{cr}$  вертикальної свердловини різко зростає (рис. 3).



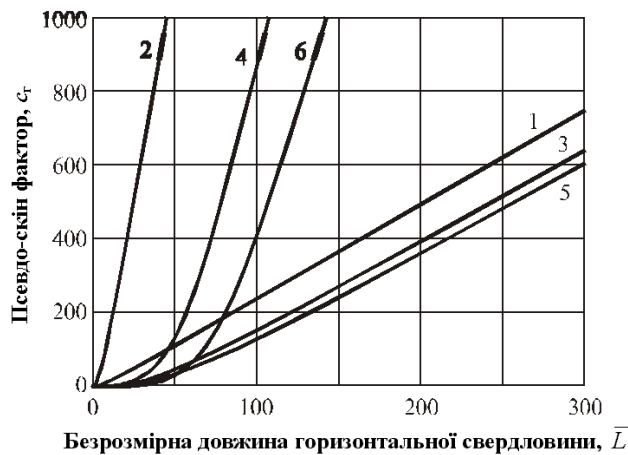
1 –  $\bar{L} = 10$ ;  $\bar{r}_c = 10^{-3}$ ; 2 –  $\bar{L} = 10$ ;  $\bar{r}_c = 10^{-2}$ ; 3 –  $\bar{L} = 100$ ;  $\bar{r}_c = 10^{-3}$ ;  
 4 –  $\bar{L} = 100$ ;  $\bar{r}_c = 10^{-2}$ ; 5 –  $\bar{L} = 1000$ ;  $\bar{r}_c = 10^{-3}$ ; 6 –  $\bar{L} = 1000$ ;  $\bar{r}_c = 10^{-2}$

Рисунок 1 – Залежність псевдо-скін-фактора від коефіцієнта анізотропії  $\kappa$  за проникністю



1 –  $\kappa = 1$ ;  $\bar{r}_c = 10^{-3}$ ; 2 –  $\kappa = 1$ ;  $\bar{r}_c = 10^{-2}$ ; 3 –  $\kappa = 25$ ;  $\bar{r}_c = 10^{-3}$ ;  
 4 –  $\kappa = 25$ ;  $\bar{r}_c = 10^{-2}$ ; 5 –  $\kappa = 50$ ;  $\bar{r}_c = 10^{-3}$ ; 6 –  $\kappa = 50$ ;  $\bar{r}_c = 10^{-2}$

Рисунок 2 – Залежність псевдо-скін-фактора  $\zeta_r$  від безрозмірної довжини горизонтальної свердловини  $\bar{L}$  за різних значин  $\kappa$  і  $\bar{r}_c$



1 –  $\kappa = 1$ ;  $\bar{r}_c = 10^{-2}$ ; 2 –  $\kappa = 1$ ;  $\bar{r}_c = 10^{-3}$ ; 3 –  $\kappa = 25$ ;  $\bar{r}_c = 10^{-2}$ ;  
 4 –  $\kappa = 25$ ;  $\bar{r}_c = 10^{-3}$ ; 5 –  $\kappa = 50$ ;  $\bar{r}_c = 10^{-2}$ ; 6 –  $\kappa = 50$ ;  $\bar{r}_c = 10^{-3}$

Рисунок 3 – Залежність зведеного радіусу  $r_{cr}$  від  $\kappa$  за різних  $\bar{L}$  і  $\bar{r}_c$

## Література

1. Бойко Р.В. Регулювання розробки нафтових родовищ застосуванням горизонтальних свердловин: Дисертація на здобуття наук. ступ. канд. техн. наук; 05.15.96. – К., 1996. – 306 с.
2. Бойко В.С. Підземна гідромеханіка.
3. Справочник по нефтепромысловой геологии / Н.Е. Быков и др. – М., 1986. – 278 с.

відрізняються, що призводить до суттєвих помилок при визначенні гідровтрат. Ця особли-

4. Ромм Е.С. Фильтрационные свойства трещиноватых горных пород. – М.: Недра, 1966. – 284 с.
5. Борисов Ю.П. и др. Разработка нефтяных месторождений горизонтальными и многозабойными скважинами. – М.: Недра, 1964. – 154 с.
6. Разработка нефтяных месторождений наклонно-направленными скважинами / В.С.Евченко и др. – М.: Недра, 1986. – 278 с.
7. Чарный И.А. Подземная гидрогазодинамика. – М.: Гостоптехиздат, 1963. – 396 с.

УДК 622.276.66.022 (477)

## ВИЗНАЧЕННЯ ГІДРАВЛІЧНИХ ВТРАТ ПІД ЧАС РУХУ РІДИНИ В ТРУБАХ У ПРОЦЕСІ ПОТУЖНОГО ГІДРОРОЗРИВУ ПЛАСТА

<sup>1</sup>В.В.Григораш, <sup>2</sup>І.С.Кісіль

<sup>1</sup>Центральна науково-дослідна лабораторія ВАТ “Укрнафта”,  
76019, м. Івано-Франківськ, вул. Пн. бульвар ім. Пушкіна, 3

<sup>2</sup>ІФНТУНГ, 76019, м. Івано-Франківськ, вул. Карпатська, 15,  
тел. (03422) 46077, e-mail: public@ifdtung.if.ua

Приведен анализ физико-химических свойств жидкости, что используется при проведении мощного гидроразрыва пласта, а также параметров движения этой жидкости на потери давления в насосно-компрессорных трубах.

The analysis of physical and chemical properties of liquid, that is used for conducting of powerful гидроразрыва layer, and also parameters of motion of this liquid on the losses of pressure in pump-compressor pipes is resulted.

Проблема контролю за процесом потужного гідророзриву пласта (ПГРП) та інтерпретації перебігу процесу при цьому є однією з ключових для забезпечення його високої ефективності, що є неможливим без визначення гідравлічних втрат на тертя рідини в насосно-компресорних трубах (НКТ).

Опрацьовані основні методичні підходи визначення гідравлічних втрат тиску на тертя рідини в трубах, а саме: визначення гідравлічних втрат за стрибком тиску на момент до припинення помпування, спосіб контролю гідравлічних втрат за американською програмою MFgas-II [1], який призначений, в основному, тільки для певного типу рідин виробництва США, спосіб визначення гідравлічних втрат тиску на тертя за наближеними емпіричними залежностями [2], які були отримані в результаті статистичної обробки накопичених промислових даних.

Аналіз вищевказаних схем визначення гідравлічних втрат дозволяє зробити висновок, що вони є дієвими для наближеної оцінки втрат тиску на тертя в НКТ, але не враховують реологічні властивості рідин, що є визначальними при визначенні гідровтрат. З практики проведення ПГРП відомо, що реологічні властивості рідин, навіть одного типу, в залежності від якості реагентів та технології приготування значно

вість ускладнює використання вищевказаних схем контролю гідровтрат і вимагає розробки методики, яка враховувала б реологічні властивості рідин.

Для розв'язку цього завдання спочатку була опрацьована методика розрахунку градієнта втрат тиску на тертя за відомими реологічними показниками, що базується на методиці, розробленій американським нафтовим інститутом “American Petroleum Institute” [3].

Суть цієї методики полягає в такому.

Розчини, циркулюючи з різними швидкостями, можуть рухатись при цьому в декількох режимах. У загальному випадку виділяють два режими руху: ламінарний і турбулентний. Для визначення режимів руху рідин по НКТ знаходять число Рейнольда [3]:

$$Re = V \times d \times \rho / (\mu_a \times (3n+1) / 4n)^n, \quad (1)$$

де:  $V$  – швидкість руху в трубі (НКТ), м/с;

$d$  – внутрішній діаметр труб, м;

$\rho$  – густина рідини, кг/м<sup>3</sup>;

$\mu_a$  – умовна в'язкість рідини, Па·с;

$n$  – індекс поведінки рідини.

Швидкість руху в трубі (НКТ) визначається як відношення поточної витрати  $Q$  до площі поперечного перерізу труби  $F$ :