

УДК 622.276.53:621.671(047)

ОСОБЛИВОСТІ ІНТЕРПОЛЯЦІЇ ПОЛОЖЕННЯ ТОЧОК ШТАНГОВОЇ КОЛОНИ У ВИКРИВЛЕНИХ СВЕРДЛОВИНАХ

О. В. Євчук

Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу, м. Івано-Франківськ, вул. Карпатська, 15, ktsu@nung.edu.ua

Анотація: Проаналізовано алгоритми сплайн-інтерполяції положення точок штангової колони та сформульовано умови допустимості результатів інтерполяції. Показано, що використання згладжуючого сплайну дозволяє отримати фізично коректні результати з точки зору максимального відхилення від осі стовбура свердловини та кривини штангової колони.

Ключові слова: штангова глибиннонасосна установка, штангова колонна, викривлені свердловини, інтерполяція, згладжуючий сплайн

Аннотация: Проанализированы алгоритмы сплайн-интерполяции положения точек штанговой колонны и сформулированы условия допустимости результатов интерполяции. Показано, что использование сглаживающего сплайна позволяет получить физически корректные результаты с точки зрения максимального отклонения от оси ствола скважины и кривизны штанговой колонны.

Ключевые слова: штанговая глубиннонасосная установка, штанговая колонна, искривленные скважины, интерполяция, сглаживающий сплайн

Abstract: Spline interpolation algorithms for definition of rod string points position were analyzed and conditions of the admissibility of interpolation results have been formulated. It is shown that using smoothing spline allows to obtain physically correct results in terms of maximum deviation from wellbore axis and rod string curvature.

Keywords: sucker-rod pumping unit, rod string, deviated wells, interpolation, smoothing spline.

Вступ

При діагностуванні штангових глибинно-насосних установок важливу роль відіграє правильна оцінка навантажень, що діють на штангову колонну. Для викривлених свердловин значна частина навантаження зумовлена силами тертя, що виникають в зонах контакту між колоною насосно-компресорних труб (НКТ) та штанговою колоною, що здійснює зворотньо-поступальний рух всередині колони НКТ. Вихідною інформацією для визначення зон контакту є координати точок тривимірної кривої, що описує конфігурацію стовбура свердловини, та величини сил, що діють на штангову колонну в процесі її руху. Оскільки існуючі методи інклінометрії свердловин передбачають отримання скінченної множини точок, які характеризуються відстанню від гирла свердловини та значеннями кутів нахилу та азимуту, то відновлення із них тривимірної кривої передбачає використання тих чи інших методів інтерполяції. Від вибору методу інтерполяції залежить коректність встановлення координат, нахилу та кривини стовбуру

свердловини, і відповідно точність визначення зон контакту і оцінки сил тертя між штанговою колоною та колоною НКТ.

Аналіз сучасних закордонних і вітчизняних досліджень і публікацій

Визначення траєкторії стовбуру свердловини за даними інклінометрії передбачає вимірювання у кожній опорній точці кута нахилу та азимуту, а також довжини стовбура від гирла свердловини до даної точки. Зазвичай вимірювання проводяться через рівні відстані від гирла, при цьому координати точки вимірювання невідомі і підлягають розрахунку. Для визначення координат опорних точок на даний час найчастіше застосовується метод мінімальної кривини [1], що передбачає представлення ділянок між опорними точками, в яких проводяться вимірювання, сегментами кола із мінімально можливою кривиною. Для розрахунку зон контакту між штанговою колоною та колоною НКТ необхідно визначити траєкторію штангової колони на основі координат опорних точок, для яких можна

вважати, що вони знаходяться на осі траєкторії стовбуру свердловини (але не обов'язково на осі траєкторії штангової колони) та інформації про сили, що діють на штангову колону.

Задача деформації пружного стержня з накладеними обмеженнями по просторовій конфігурації, зокрема випадок, коли гнучкий стержень розташовується всередині циліндричної поверхні і деформується під дією стискуючого зусилля, прикладеного з обох сторін циліндру, розглядалася в ряді робіт і вперше була розглянута А.Любінським [2] з використанням ряду спрощень (нульова вага колони, лінійна конфігурація стовбура свердловини), де було показано, що при певному критичному навантаженні колона втрачає стійкість і набуває спіралеподібної форми. В [3, 4, 5, 6] додатково враховується кривина стовбура свердловини та власна вага колони, що призводить до деякої модифікації формул критичних навантажень (показано, що для викривленої свердловини критичні навантаження є більшими), а також показано, що перед утворенням спіралеподібної конфігурації колона набуває синусоїдальної форми. Зокрема, критичне навантаження, що призводить до синусоїдальної деформації, розраховується як [4]

$$F_{cr} = \frac{4RL}{rR(n\pi/L)^2 - 2} (EIr(n\pi/L)^4 + w_a \sin \bar{\theta}), \quad (1)$$

де R – радіус кривини, L – довжина ділянки, r – зазор між внутрішньою та зовнішньою колоною, n – порядок синусоїдальної деформації (кількість хвиль на ділянці довжиною L), E – модуль Юнга, I – момент інерції, w_a – вага одиниці довжини колони в рідині, $\bar{\theta}$ – середній кут нахилу.

Експериментальні дослідження форми гнучкого стержня всередині кільцевого каналу в залежності від прикладеної сили для двовимірного випадку наведено в [7], для тривимірного лінійного циліндричного каналу в [8]. Порівняльний аналіз існуючих методів розрахунку критичних навантажень та притискних сил приведено в [9]. Вказані дослідження стосувались переважно бурових колон, що експлуатуються в умовах наявності суттєвого стискуючого навантаження на колону в процесі буріння, що відрізняє даний випадок від задачі визначення конфігурації штангової колони, яка зазнає змінних по величині і напрямку навантажень в процесі експлуатації.

В роботі [10] пропонується проводити розрахунок зон контакту штангової колони та колони НКТ виходячи із того, що всі муфти

знаходяться в контакті із стінкою НКТ, а для штанг розглядається рівняння рівноваги однієї штанги на ділянці із постійною кривиною, на основі якого визначаються довжини ділянок провисання та контакту і величини притискних сил. Такий метод призводить до систематичного завищення розрахованих сил тертя.

Точне формулювання та алгоритм розв'язку задачі про положення гнучкого стержня всередині жорсткої циліндричної оболонки із врахуванням зазору між стержнем та оболонкою та власної ваги стержня наведено в [11], де запропоновано формулювання задачі в термінах ейлерівської криволінійної координати оболонки та алгоритм сегментації, що передбачає розділення задачі на послідовність допоміжних підзадач для сегментів, межами яких вважають точки контакту між стержнем та оболонкою. При такій постановці задачі розв'язку підлягає нелінійне диференціальне рівняння 3-го порядку

$$\mathcal{D}[\alpha_i \delta(\xi); \vartheta(\xi); \omega_i] = 3\mathcal{J}_1^2 \mathcal{J}_2 \mathcal{K} + \mathcal{J}_1^4 \mathcal{K}' + \mathcal{F}_2 = 0$$

де

$$\mathcal{J}_1 = \frac{1}{\sqrt{(1 - \alpha_i \delta \vartheta')^2 + \alpha_i^2 \delta'^2}},$$

$$\mathcal{J}_2 = \frac{(1 - \alpha_i \delta \vartheta')(\alpha_i \delta' \vartheta' + \alpha_i \delta \vartheta'') - \alpha_i^2 \delta' \delta''}{((1 - \alpha_i \delta \vartheta')^2 + \alpha_i^2 \delta'^2)^2},$$

\mathcal{K} – безрозмірна кривина стержня:

$$\mathcal{K} = \vartheta' + \alpha_i (\delta'' - 2\delta \vartheta'^2) + \alpha_i^2 (\delta^2 \vartheta'^3 + 2\delta' \delta'' \vartheta' - \delta \delta'' \vartheta' + \delta \delta' \vartheta''),$$

\mathcal{F}_2 – безрозмірна нормальна сила.

Рівняння розв'язується стосовно відносної величини зазору між стержнем та оболонкою $\delta(\xi)$ як функції безрозмірної криволінійної координати ξ , при відомій залежності кута нахилу оболонки $\vartheta(\xi)$, зазору α при співпадінні осей стержня та оболонки та ваги одиниці довжини стержня ω , при крайових умовах, що задають положення кінців стержня та осьове зусилля на одному із його кінців. Розв'язок здійснюється чисельними методами. Межі сегментів та довжини зон контакту визначаються за допомогою ітераційної процедури, на кожному кроці якої розв'язується допоміжна підзадача для кожного із сегментів. В такому формулюванні задача пошуку зон контакту зводиться до перевірки умови виходу криволінійної координати за межі, що

визначаються величиною зазору. Дана задача сформульована для двовимірного випадку (коли осі стержня та оболонки являють собою плоскі криві), і може бути поширена на тривимірний випадок, однак при цьому суттєво зростає обчислювальна складність. Врахування положення муфт теоретично можливе шляхом задання зазору як кусково-постійної функції від криволінійної координати, що додатково збільшує обчислювальну складність.

Постановка задачі

Оскільки в процесі роботи штангової глибинно-насосної установки штангова колона здійснює зворотньо-поступальний рух із змінним навантаженням, що призводить до постійної зміни положення муфт та динамічної зміни крайових умов, доцільною є розробка більш простих методів визначення зон контакту, зокрема з використанням згладжуючих методів інтерполяції [12].

Розглянемо конфігурацію фрагмента штангової колони всередині колони НКТ при різних формах колони НКТ та крайових умовах. Форма штангової колони буде визначатися, з одного боку, формою колони НКТ, з іншого – сукупністю сил, що діють на штангову колону, зокрема власної ваги колони штанг, ваги рідини всередині колони НКТ, зусилля в точці підвісу штанг, зумовлене роботою приводу верстата-качалки, а також сил тертя. Слід зазначити, що при русі штангової колони вгору і вниз на неї діють суттєво різні сили, зокрема при русі вгору до нижнього кінця прикладене додаткове навантаження від ваги стовпа рідини всередині колони НКТ, тому конфігурацію штангової колони доцільно оцінювати окремо для цих двох випадків. Що стосується сил тертя, які, в свою чергу, залежать від конфігурації штангової колони всередині колони НКТ, то доцільно у першому наближенні використовувати оцінку, тим чи іншим чином отриману в рамках моделі в'язкого тертя, а далі з метою їх уточнення здійснювати ітераційну процедуру розрахунку зон контакту штангової колони та колони НКТ з врахуванням тертя, отриманого на попередньому кроці ітераційної процедури.

Для деякої точки штангової колони, довжину штангової колони від гирла свердловини до даної точки позначимо s , а відхилення осі штангової колони від осі колони НКТ в цій точці – $\delta(s)$. Спочатку розглянемо випадок, коли колона НКТ має форму плоскої кривої, в цьому випадку $\delta(s)$ є скалярною функцією. У випадку просторової кривої слід розглядати векторну функцію $\vec{r}(s)$, де вектори \vec{e}_1 – це нормаль та бінормаль до кривої у точці s .

Верхній кінець штангової колони вважаємо закріпленим в точці $s=0$, що відповідає сальниковому ущільненню гирла свердловини. Вважаємо, що $\delta=0$ та в точках $s=0$ та $s=L$, де L – глибина спуску свердловинного насоса. Максимальне значення δ , що відповідає контакту між колоною НКТ та штангою, складає

$$\delta_{\max} = D_{\text{НКТ}}/2 - D_{\text{Ш}}/2, \quad (2)$$

де $D_{\text{НКТ}}$ – внутрішній діаметр колони НКТ, $D_{\text{Ш}}$ – діаметр штанги, а нульове значення відповідає розташуванню штанги точно по центру колони НКТ.

Колону НКТ можна розглядати як послідовність з'єднаних між собою сегментів, що належать до одного із наступних типів:

- прямолінійний сегмент;
- сегмент постійної кривини (дуга кола);
- сегмент змінної кривини без точок перегину.

Для тривимірного випадку слід розглядати також сегменти із постійною кривиною і постійним крученням (гвинтова лінія) та сегмент із змінними кривиною та/або крученням.

Точки з'єднання сегментів можуть являти собою точки перегину кривої, що описує вісь колони НКТ, а також точки з'єднання секцій колони штанг чи колони НКТ з різними діаметрами.

Аналіз результатів інтерполяції точок штангової колони

В [13] було запропоновано використовувати сплайн-інтерполяцію точок штангової колони

$$\vec{r}(t) = \{ x(t), y(t), z(t) \},$$

де t – довжина стовбура свердловини від гирла до відповідної точки, причому в якості вузлових використовуються точки перегину кривої, що описує траєкторію колони НКТ. Апробація даного алгоритму показала прийнятні результати, однак в загальному випадку можлива ситуація, коли результуючі точки штангової колони мають відхилення від осі колони НКТ, більше за різницю діаметрів колони штанг та НКТ, а також коли результуюча кривина штангової колони виявляється більшою, ніж відповідного сегмента колони НКТ.

При русі вгору на штангову колону діють лише розтягуючі зусилля, тому кривина штангової колони завжди буде меншою або рівною за кривину колони НКТ (рис. 1).

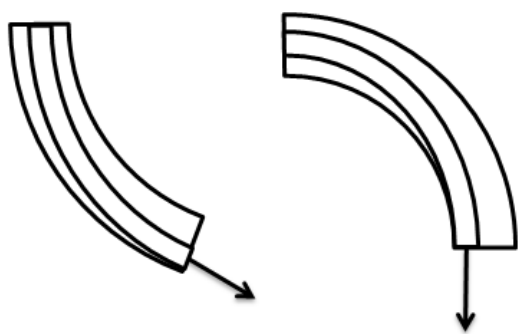


Рисунок 1 - Приклади конфігурації штангової колони при русі вгору для сегмента з постійною кривиною

Для деякої ділянки штангової колони довжиною L із постійним радіусом кривини R різниця кривини штангової колони та колони НКТ буде максимальною, коли ділянка штангової колони є прямолінійною ($K_{Ш}=0$). Кривина відповідної ділянки НКТ (див. рис. 2) складає

$$K_{\text{НКТ}} = \frac{1}{R}$$

а радіус кривини можна знайти із рівняння

$$\begin{aligned} D_{\text{НКТ}} - D_{\text{Ш}} &= R \left(1 - \cos \left(\arcsin \frac{L}{2R} \right) \right) = \\ &= R \left(1 - \sqrt{1 - \frac{L^2}{4R^2}} \right), \end{aligned}$$

звідки

$$R = \frac{L^2 + 4(D_{\text{НКТ}} - D_{\text{Ш}})^2}{8(D_{\text{НКТ}} - D_{\text{Ш}})}$$

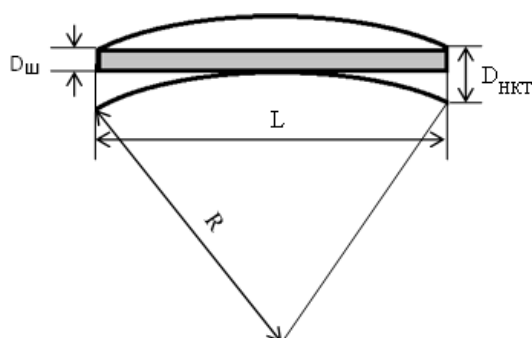


Рисунок 2 - Ділянка з максимальною різницею кривини колони штанг та НКТ

і відповідно максимальна різниця кривини

$$\Delta K = \frac{8(D_{\text{НКТ}} - D_{\text{Ш}})}{L^2 + 4(D_{\text{НКТ}} - D_{\text{Ш}})^2} \quad (3)$$

В якості опорних можна використати значення кривини стовбура свердловини, що відповідають його представленню за допомогою сегментів постійної кривини із довжинами, рівними кроку переміщення інклінометра dS , що розраховуються методом мінімальної кривини [1]:

$$K_i = \frac{\arccos(vx_{i-1} \cdot vx_i + vy_{i-1} \cdot vy_i + vz_{i-1} \cdot vz_i)}{dS}$$

де:

$$\begin{aligned} vx_i &= \sin(\alpha) \cos(\varphi), \\ vy_i &= \sin(\alpha) \sin(\varphi), \\ vz_i &= \cos(\alpha), \end{aligned}$$

а α та φ – відповідно кут нахилу та азимут.

Для прикладу на рис. 3, 4 наведено графік кривини стовбура свердловини, отриманої методом мінімальної кривини, для свердловини Б-320 Битківського родовища НГВУ «Надвірнанафтогаз», та результуючі значення кривини для траєкторії штангової колони, розрахованої згідно алгоритму, наведеного в [13]. Видно, що для деяких ділянок результуюча кривина перевищує кривину стовбура свердловини, що некоректно.

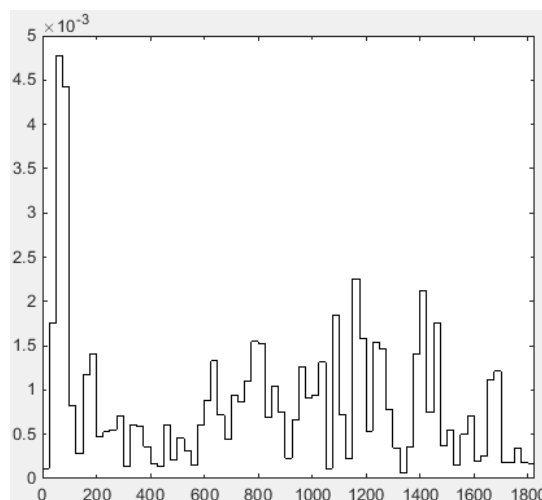


Рисунок 3 - Кривина стовбура свердловини Б-320

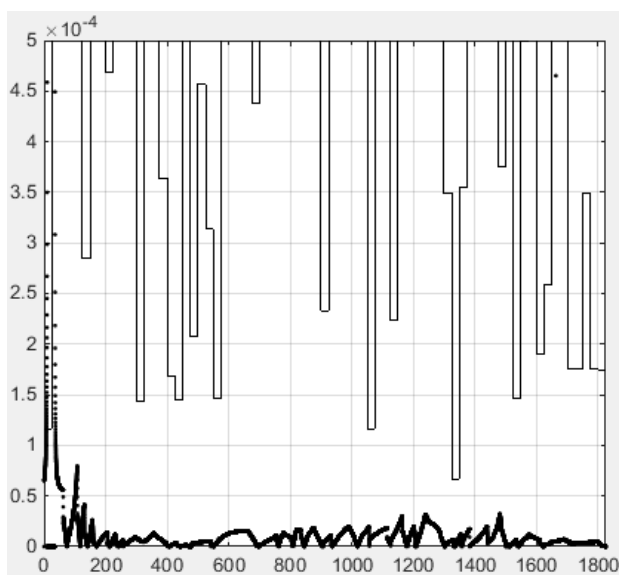


Рисунок 4 - Кривина штангової колони свердловини Б-320

Як видно з рис. 5, дані ділянки відповідають різкій зміні кривини у верхній частині стовбуру свердловини. Для інших ділянок отримана кривина є суттєво меншою за кривину стовбура і не перевищує допустимих значень, в т.ч. максимальна різниця кривин не перевищує обрхованої за формулою (3).

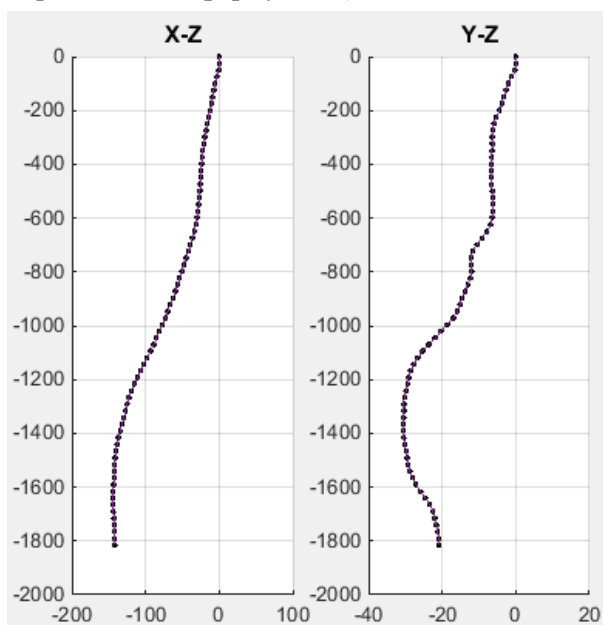


Рисунок 5 - Проекції профілю свердловини Б-320

Для покращення якості інтерполяції доцільно застосувати згладжуючий сплайн [12],

що мінімізує функціонал

$$p \sum_{i=1}^N \left(\frac{y_i - f(x_i)}{\sigma y_i} \right)^2 + (1-p) \int_{x_1}^{x_N} (f^{(m)}(t))^2 dt$$

де x_i – вузли інтерполяції, y_i – значення у вузлах інтерполяції, $f(x_i)$ – інтерпольовані значення у вузлах інтерполяції, σy_i – оцінка середньоквадратичного відхилення y_i , p – параметр згладжування.

Згладжуючий сплайн не обов'язково проходить через вузли інтерполяції, тому першим доданком є нормоване середньоквадратичне відхилення від вузлів інтерполяції. Якщо у другому доданку використовується похідна другого порядку, то результуючий сплайн є кубічним і мінімізується кривина отриманої кривої. Параметр згладжування p визначає ступінь згладжування. При $p=0$ критерієм мінімізації виступає лише кривина отриманої кривої, тому результатом буде лінійна апроксимація, а при $p=1$ результатом буде звичайний кубічний сплайн.

При використанні згладжуючого сплайну зменшення кривини порівняно із сплайном, що проходить через вузли інтерполяції, отримується автоматично, тому можна опустити процедуру визначення точок перегину траєкторії стовбура свердловини. Значення параметру p слід отримати виходячи із обмеження на максимальне допустиме відхилення отриманої кривої від вузлів інтерполяції. В якості такого обмеження було застосовано δ_{max} , розраховане по формулі (2). Існує ряд методів для вибору параметру згладжування [14]. В даному випадку для тестування було використано середовище MatLab, що надає зручний спосіб розрахунку згладжуючого сплайну шляхом задання обмеження на допустиме відхилення від вузлів інтерполяції за допомогою функції `splaps` [15]. Результат розрахунку кривини штангової колони представлено на рис.6.

В даному випадку кривина штангової колони скрізь знаходиться в допустимих межах і не перевищує кривини колони НКТ. Характер зміни кривини в цілому співпадає із отриманим без згладжування, а середня кривина є дещо меншою (без згладжування – $1.1 \cdot 10^{-5}$, а із згладжуванням – $8.3 \cdot 10^{-6}$), в основному за рахунок усунення викиду кривини на початковій ділянці.

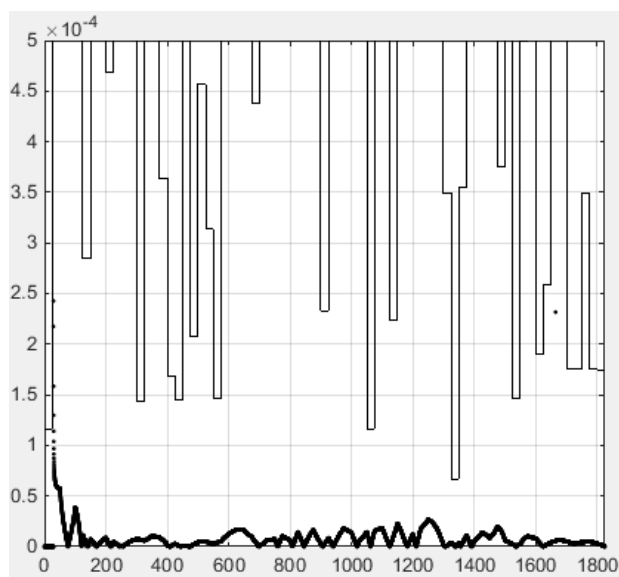


Рисунок 6 - Кривина інтерпольованої траєкторії штангової колони при використанні згладжуючого сплайну

Висновки

Використання згладжуючого сплайну при визначенні положення точок траєкторії штангової колони у викривленій свердловині дозволяє дещо спростити алгоритм та гарантувати відсутність фізично недопустимих результатів, зокрема дозволяє врахувати обмеження на допустиме максимальне відхилення осі штангової колони від осі колони НКТ та максимальну різницю кривини траєкторій штангової колони та колони НКТ при русі штангової колони вгору. Отримані результати є також справедливими при русі штангової колони вниз, за умови що максимальне стискує навантаження від дії сил сухого та гідродинамічного тертя не перевищує критичні значення, розраховані за формулою (1). В подальшому слід також врахувати положення з'єднувальних муфт та їх зміну в процесі руху штангової колони.

1. Ted G. Byrom, "Casing and Liners for Drilling and Completion", Elsevier, 2015. – 420pp.
 2. Lubinski, A., Althouse, W. S., and Logan, J. L., 1962, "Helical Buckling of Tubing Sealed in Packers," JPT, June, pp. 655-670.
 3. Schuh, F.J., 1991. The Critical Buckling Force and Stresses for Pipe in Inclined Curved Boreholes, Paper SPE/IADC 21942 Presented at the SPE/IADC Drilling Conference, 11 -14 March, Amsterdam.
 4. J. Wu and H. C. Juvkam-Wold. "The Effect of Wellbore Curvature on Tubular Buckling and

Lockup", J. Energy Resour. Technol 117(3), 214-218 (Sep 01, 1995)
 5. J. H. B. Sampaio Jr. "The Buckling of Drillstrings in Curved Sections of Boreholes.": 1998 energy sources technology conference, Houston, TX (United States), American Society of Mechanical Engineers, New York, NY (United States), 1998.
 6. He, X. and Kyllingstad, A., "Helical Buckling and Lock-up Conditions for Coiled Tubing in Curved Wells", SPE Paper 25370, 1995.
 7. Zhi-Hao Lu and Jen-San Chen, "Deformations of a Clamped-Clamped Elastica inside a Circular Channel with Clearance," International Journal of Solids and Structures, Vol. 45, pp. 2470-2492, 2008.
 8. J.T. Miller et al. "Buckling of a thin elastic rod inside a horizontal cylindrical constraint", Extreme Mechanics Letters, Volume 3, June 2015, Pages 36-44.
 9. M. Hajianmaleki, J.S. Daily "Advances in critical buckling load assessment for tubulars inside wellbores", Journal of Petroleum Science and Engineering 116 (2014) pp.136-144.
 10. Насосная добыча высоковязкой нефти из наклонных и обводненных скважин / К. Р., Богомольный Е.И. Уразаков. - М. : Недра-Бизнесцентр, 2003.
 11. V. Denoel, E. Detournay. "Eulerian Formulation of Constrained Elastica", International Journal of Solids and Structures, 48 (2011), pp. 625-636.
 12. C. de Boor, A Practical Guide to Splines, Springer-Verlag, 2001.- 366pp.
 13. Євчук О.В. Розрахунок сил тертя у викривлених свердловинах на основі параметричної сплайн-інтерполяції точок штангової колони // Методи та прилади контролю якості. - Івано-Франківськ: ІФНТУНГ, 2016. - № 1. - С. 107-113
 14. T.C.M. Lee "Smoothing parameter selection for smoothing splines: a simulation study", Computational Statistics & Data Analysis, Vol. 42, Issues 1-2, 2003, Pages 139-148.
 15. spaps: smoothing spline [Електронний ресурс] : [Веб-сайт] - Режим доступу: <https://www.mathworks.com/help/curvefit/spaps.html> (дата звернення 20.11.2016)

Поступила в редакцію 05.12.2016 р.

Рекомендували до друку: докт.техн.наук, проф. Олійник А.П., докт. техн. наук, проф. Заміховський Л.М.