

Дослідження та методи аналізу

УДК 539.375

ЦИКЛІЧНА МІЦНІСТЬ ТРУБ З ПОВЕРХНЕВИМИ ТРІЩИНАМИ

¹ Ю.В.Банахевич, ² О.Є.Андрейків, ² М.Б.Кім

¹ Управління експлуатації магістральних газопроводів і ГРС ДК «Укртрансгаз»,
01021, м.Київ, Кловський узвіз, 9/1

² Львівський національний університет ім. І.Франка, 79000, м. Львів, вул. Університетська, 1,
e-mail: andreykiv@ipm.lviv.ua

За допомогою заздалегідь сформульованої авторами розрахункової моделі росту втомних тріщин в металічних матеріалах розроблено методика для побудови діаграм граничних напруг для пластини з тріщинами за циклічних навантажень. Цю модель покладено в основу методу розрахунку циклічної міцності тонкостінних елементів конструкцій з тріщинами. На основі цього визначено циклічну міцність труб з тріщинами. Одержані результати співставлені із відомими в літературі експериментальними даними.

С помощью сформулированной ранее авторами расчетной модели роста усталостных трещин в металлических материалах разработана методика для построения диаграм предельных напряжений для пластины с трещинами при циклических нагрузках. Она положена в основу метода расчета циклической прочности тонкостенных элементов конструкций с трещинами. На основе этого определена циклическая прочность труб с трещинами. Полученные расчетные результаты сопоставлены с известными в литературе экспериментальными данными

Using the earlier formulated by the authors' calculation model of the fatigue cracks growth in construction materials, a method for construction of a diagram of limit stresses for a plate with cracks at the cyclic loadings has been developed. On this base a method for cyclic strength calculation of thin-walled structural elements with cracks was worked out. On the basis of it cyclic durability of pipes with cracks is certain. The obtained theoretical results are compared with the known published experimental data.

Вступ

Розрахунки на міцність елементів конструкцій, зокрема труб газотранспортних чи нафто-транспортних систем під довготривалими циклічними навантаженнями відрізняються від таких на короткочасну міцність. Це пов'язано з тим, що міцність таких труб має бути забезпечена не однократно, а протягом довготривалого заданого часу їх експлуатації. Особливо, коли виникає проблема зміни (зменшення) навантаження на стінку труби, щоб уникнути непередбаченого її руйнування, тобто аварії. Втрата циклічної міцності трубопроводів проходить внаслідок втомного руйнування матеріалу, тобто зародження і до критичного росту втомних тріщин. В літературі відомі деякі такі дослідження на циклічну міцність елементів конструкцій, де здебільшого припускають бездефект-

ність матеріалів і втомне руйнування в класичному розумінні цього явища [1-3].

Однак, оцінюючи циклічну міцність труб, потрібно враховувати і розвиток дефектів типу тріщин (див., наприклад, [4,5]). Відома лише незначна кількість праць на цю тему. В основному, це експериментальні дослідження, за результатом яких будують граничні діаграми циклічної міцності елементів конструкцій з тріщинами, тобто їх залишкової циклічної міцності (див., наприклад, [2,6,7]). В працях [8-10] на основі першого закону термодинаміки сформульовано енергетичний підхід для оцінки періоду докритичного росту втомних тріщин. Тут цей підхід застосовано до формулювання методу розрахунку циклічної міцності труб з тріщинами. Для простоти розуміння суті цього методу спочатку він тут сформульований для тонкостінних елементів, зокрема для пластин.

Циклічна міцність пластин з тріщинами

Нехай нескінченна ідеально пружно-пластична пластина з прямолінійною макротріщиною початкової довжини $2l_0$ розтягується на нескінченності у взаємно перпендикулярних напрямках під кутом α до лінії тріщини рівномірно розподіленими зусиллями інтенсивності p, q (рис.1а). Вважається, що ці зусилля змінюються з часом t циклічно за синусоїдальним законом синхронно з однаковою частотою (від нульовий цикл). Задача полягає у визначенні таких амплітудних значень зусиль $p = p_*$ і $q = q_*$, за яких залишкова довговічність пластини не перевищить заданого значення кількості циклів навантаження $N = N_*$. Ця задача є оберненою до задачі визначення $N_* = N_*(p_*, q_*)$, тому насамперед розглянемо пряму задачу.

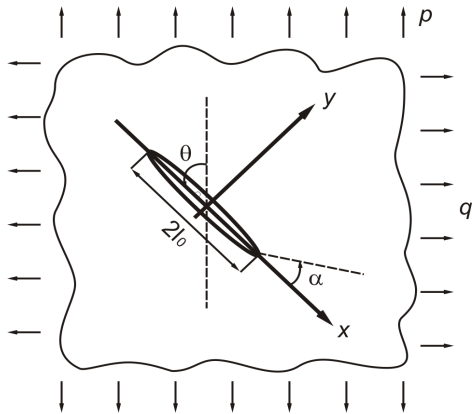


Рисунок 1 — Схема навантаження пластини з тріщиною

На основі сформульованого раніше [8-10] енергетичного підходу пряму задачу зведемо до розв'язання системи диференціальних рівнянь

$$V = (\gamma_f - \gamma_t)^{-1} W_{pl}^{(2)}, \tag{1}$$

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left\{ (\gamma_f - \gamma_t)^{-1} W_{pl}^{(2)} \right\} = 0 \tag{2}$$

із заданими початковими і кінцевими умовами

$$N = 0, \quad l(0) = l_0; \quad N = N_*, \quad l(N_*) = l_*, \tag{3}$$

де критичну довжину тріщини l_* визначаємо із енергетичного критерію

$$\gamma_t(l_*) = \gamma_f. \tag{4}$$

Тут: $W_{pl}^{(2)}$ – частина енергії пластичного деформування за один цикл, що генерується самим тілом під час стиску зон передруйнування за сталої довжини тріщини при знятті навантаження [8-10]; θ – кут напряму поширення тріщини; γ_f – питома енергія руйнування під час поширення втомної тріщини; γ_t – питома енергія пластичного деформування в зоні передруйнування біля вершини тріщини, яка залежить тільки від її довжини [11,12]: $\gamma_t = \sigma_t \delta_{I_t}(0) + \tau_t \delta_{II_t}(0)$; N_* – період докритичного

росту макротріщини; σ_t і τ_t – усереднені нормальні і дотичні напруження в зоні передруйнування; $\delta_{I_t}(0)$ і $\delta_{II_t}(0)$ – нормальний і дотичний розкрити вершини тріщини.

Використовуючи основні положення механіки руйнування [4,5,13,14], запишемо такі допоміжні співвідношення між абсолютним розкритвом у вершині тріщини δ і коефіцієнтами інтенсивності напружень K_I і K_{II} :

$$d = \sqrt{d_{I_t}^2 + d_{II_t}^2}, \tag{5}$$

$$d = \frac{1}{E y_y} \sqrt{(K_{II}^2 + K_{III}^2)(K_{II}^2 + 3K_{III}^2)},$$

де: $K_{III} = K_I \cos^3 \frac{\theta}{2} - 3K_{II} \sin \frac{\theta}{2} \cos^2 \frac{\theta}{2},$

$$K_{III} = K_I \sin \frac{\theta}{2} \cos^2 \frac{\theta}{2} + K_{II} \cos \frac{\theta}{2} (1 - 3 \sin^2 \frac{\theta}{2}).$$

Для даного випадку [5]

$$K_I = p \sqrt{pl} (\sin^2 \theta + 3 \cos^2 \theta),$$

$$K_{II} = p \sqrt{pl} (1 - 3 \cos \theta) \sin \theta \cos \theta, \quad 3_0 = q/p.$$

Тоді d буде кінцево визначатися так:

$$\delta = \frac{\pi p^2}{E \sigma_y} [(20(1 - \eta_0)(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)^3 \sin \alpha \times$$

$$\times \cos \alpha - 108(1 - \eta_0)^3 (\sin^2 \alpha + \eta_0 \cos^2 \alpha) \times$$

$$\sin^3 \alpha \cos^3 \alpha) \sin 0,5\theta \cos^9 0,5\theta + (-24(1 - \eta_0) \times$$

$$\times (\sin^2 \alpha + \eta_0 \cos^2 \alpha)^3 \sin \alpha \cos \alpha + 192(1 - \eta_0)^3 \times$$

$$\times (\sin^2 \alpha + \eta_0 \cos^2 \alpha) \sin^3 \alpha \cos^3 \alpha) \sin 0,5\theta \times$$

$$\times \cos^7 0,5\theta - 96(1 - \eta_0)^3 (\sin^2 \alpha + \eta_0 \cos^2 \alpha) \times$$

$$\sin^3 \alpha \cos^3 \alpha \sin 0,5\theta \cos^5 0,5\theta + (-2(\sin^2 \alpha +$$

$$+ \eta_0 \cos^2 \alpha)^4 + 72(1 - \eta_0)^2 (\sin^2 \alpha + \eta_0 \cos^2 \alpha)^2 \times$$

$$\times \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha - 54(1 - \eta_0)^4 \sin^4 \alpha \cos^4 \alpha) \times$$

$$\times \cos^{10} 0,5\theta + (3(\sin^2 \alpha + \eta_0 \cos^2 \alpha)^4 - 140(1 -$$

$$- \eta_0)^2 (\sin^2 \alpha + \eta_0 \cos^2 \alpha)^2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha - 144(1 -$$

$$- \eta_0)^4 \sin^4 \alpha \cos^4 \alpha) \cos^6 0,5\theta + 48(1 - \eta_0)^4 \times$$

$$\times \sin^4 \alpha \cos^4 \alpha \cos^4 0,5\theta]^{0,5} = 0. \tag{6}$$

Для визначення кінетики росту тріщини знайдемо спочатку кут її початкового поширення $\theta = \theta_0$. Оскільки

$$\frac{\partial}{\partial d} \left\{ \frac{\partial W_{pl}^{(2)}(t, \theta)}{\partial t} (\gamma_f - \gamma_t(l, \theta))^{-1} \right\} \frac{\partial d}{\partial \theta} \Big|_{\theta = \theta_0} = 0,$$

$$\frac{\partial}{\partial d} \left\{ \frac{\partial W_{pl}^{(2)}(t, \theta)}{\partial t} (\gamma_f - \gamma_t(l, \theta))^{-1} \right\} \neq 0, \tag{7}$$

$$\frac{\partial \delta}{\partial \theta} \Big|_{\theta = \theta_0} = 0,$$

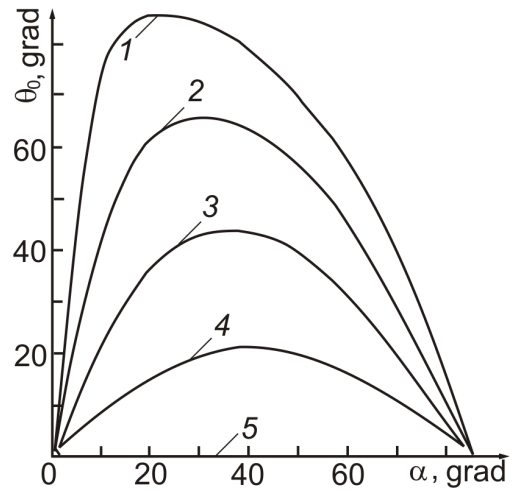
то на основі (6) і (7) рівняння (2) запишемо так:

$$\begin{aligned}
 & 5\left(10(1-z_0)\left(\sin^2 \bar{\alpha} + z_0 \cos^2 \bar{\alpha}\right)^3 \sin \bar{\alpha} \cos \bar{\alpha} - \right. \\
 & - 54(1-z_0)^3\left(\sin^2 \bar{\alpha} + z_0 \cos^2 \bar{\alpha}\right) \sin^3 \bar{\alpha} \cos^3 \bar{\alpha}\left.\right) \times \\
 & \times \cos^7 \frac{\eta_0}{2} + \left(-93(1-z_0)\left(\sin^2 \bar{\alpha} + z_0 \cos^2 \bar{\alpha}\right)^3 \times \right. \\
 & \times \sin \alpha \cos \alpha + 627(1-z_0)^3\left(\sin^2 \bar{\alpha} + z_0 \cos^2 \bar{\alpha}\right) \times \\
 & \times \sin^3 \bar{\alpha} \cos^3 \bar{\alpha}\left.\right) \cos^5 \frac{\eta_0}{2} + (42(1-z_0) \times \\
 & \times \left(\sin^2 \bar{\alpha} + z_0 \cos^2 \bar{\alpha}\right)^3 \sin \bar{\alpha} \cos \bar{\alpha} - 480(1-z_0)^3 \times (8) \\
 & \times \left(\sin^2 \bar{\alpha} + z_0 \cos^2 \bar{\alpha}\right) \times \sin^3 \bar{\alpha} \cos^3 \bar{\alpha}\left.\right) \cos^3 \frac{\eta_0}{2} + \\
 & + 120(1-z_0)^3\left(\sin^2 \bar{\alpha} + z_0 \cos^2 \bar{\alpha}\right) \sin^3 \bar{\alpha} \cos^3 \bar{\alpha} \times \\
 & \times \cos \frac{\eta_0}{2} - 5\left(-\left(\sin^2 \bar{\alpha} + z_0 \cos^2 \bar{\alpha}\right)^4 + 36(1-z_0)^2 \times \right. \\
 & \times \left.\left(\sin^2 \bar{\alpha} + z_0 \cos^2 \bar{\alpha}\right)^2 \sin^2 \bar{\alpha} \cos^2 \bar{\alpha} - 27(1-z_0)^4 \times \right. \\
 & \times \left.\sin^4 \bar{\alpha} \cos^4 \bar{\alpha}\right) \sin \frac{\eta_0}{2} \cos^6 \frac{\eta_0}{2} - 2\left(3\left(\sin^2 \bar{\alpha} + \right.\right. \\
 & \left.\left.+ z_0 \cos^2 \bar{\alpha}\right)^4 - 140(1-z_0)^2\left(\sin^2 \bar{\alpha} + z_0 \cos^2 \bar{\alpha}\right)^2 \times \right. \\
 & \times \left.\sin^2 \bar{\alpha} \cos^2 \bar{\alpha} + 153(1-z_0)^4 \sin^4 \bar{\alpha} \cos^4 \bar{\alpha}\right) \sin \frac{\eta_0}{2} \times \\
 & \times \cos^4 \frac{\eta_0}{2} - 3\left(36(1-z_0)^2\left(\sin^2 \bar{\alpha} + z_0 \cos^2 \bar{\alpha}\right)^2 \times \right. \\
 & \times \left.\sin^2 \bar{\alpha} \cos^2 \bar{\alpha} - 72(1-z_0)^4 \sin^4 \bar{\alpha} \cos^4 \bar{\alpha}\right) \sin \frac{\eta_0}{2} \times \\
 & \times \cos^2 \frac{\eta_0}{2} - 48(1-z_0)^4 \sin^4 \bar{\alpha} \cos^4 \bar{\alpha} \sin \frac{\eta_0}{2} = 0.
 \end{aligned}$$

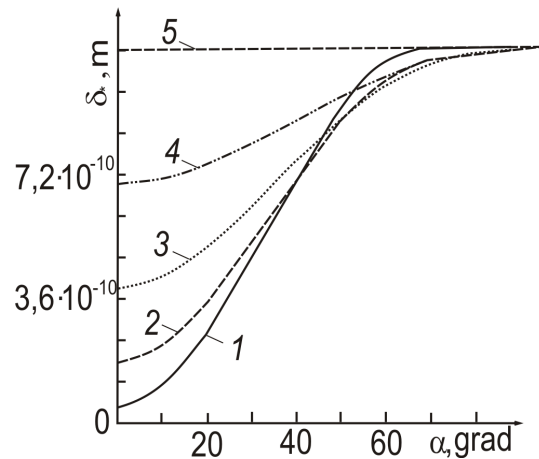
Рівняння (8) розв'язуємо чисельним шляхом для $z_0 = 0,2; 0,4; 0,6; 0,8; 1$. На рис. 2 побудовано графічну залежність $\eta_0 = \eta_0(\bar{\alpha})$ для вказаних z_0 .

Користуючись отриманою числовою залежністю $\eta_0 = \eta_0(\bar{\alpha})$ і формулою (6), побудуємо графічно зміну безрозмірної величини d^* від $\bar{\alpha}$, де $d^* = d_{y, E} p^{-1} l^{-1} p^{-2}$ (рис. 3).

Максимум d^* досягається при $\alpha \approx \pi/2$, якщо $\eta_0 < 1$ і, аналогічно при $\alpha = 0$, якщо $\eta_0 > 1$ (рис.2). Із рівняння (1) і результатів праці [12] випливає, що це відповідає максимальній швидкості поширення тріщини $dl/dN = V_{max}$. Отже, за орієнтації $\alpha = \pi/2$ для $\eta_0 < 1$ і $\alpha = 0$ для $\eta_0 > 1$ буде найнебезпечніша тріщина і найменша довговічність пластини. Знайдемо для цих випадків період докритичного росту тріщини $N = N^*$.



$\eta_0 = q/p$; 1 - $z_0 = 0,2$; 2 - $z_0 = 0,4$; 3 - $z_0 = 0,6$; 4 - $z_0 = 0,8$; 5 - $z_0 = 1,0$
Рисунок 2 — Залежність кута θ_0 початкового поширення тріщини від кута початкової орієнтації $\bar{\alpha}$



1 - $\eta_0 = 0,2$; 2 - $\eta_0 = 0,4$; 3 - $\eta_0 = 0,6$; 4 - $\eta_0 = 0,8$; 5 - $\eta_0 = 1$

Рисунок 3 — Залежність розкриття у вершині тріщини d^* від α і η_0 при $\theta = \theta_0$

Для такого симетричного випадку на основі результатів [8-10], систему рівнянь (1), (2) зведемо до одного рівняння

$$\frac{dl}{dN} = \frac{\alpha}{\sigma_{0f}^2} \frac{K_{Imax}^4}{K_{fC}^2 - K_{Imax}^2} \quad (9)$$

за початкових і кінцевих умов

$$N = 0, l(0) = l_0; \quad N = N^*, l(N^*) = l^*; \quad (10)$$

$$l^* = K_{fC}^2 (\pi p^2)^{-1}; \quad (K_{Imax} \gg K_{th}).$$

Тут: $\alpha, \sigma_{0f}, K_{fC}, K_{th}$ - характеристики циклічної тріщиностійкості матеріалів [9-11]; K_{Imax} - максимальне значення K_I ; а усереднене напруження σ_{0f} в зоні передруйнування шукаємо на основі умови пластичності Губера-Мізеса [4] для двовісного навантаження в пластичній зоні. В результаті отримаємо:

$$\sigma_{0f} = \sigma_y \left(-0,5\xi_1 + 0,5\sqrt{4-3\xi_1^2} \right),$$

$$\left(\alpha = \pi/2, \eta_0 < 1, \xi_1 = q\sigma_y^{-1} \right);$$

$$\sigma_{0f} = \sigma_y \left(-0,5\xi_2 + 0,5\sqrt{4-3\xi_2^2} \right),$$

$$\left(\alpha = 0, \eta_0 > 1, \xi_2 = p\sigma_y^{-1} \right) \quad (11)$$

Проінтегрувавши рівняння (9) за початкових і кінцевих умов (10), отримаємо:

$$N_* = \frac{\sigma_{0f}^2}{\alpha\pi F^2} \left(l_* J_0^{-1} - 1 - \ln \frac{l_*}{l_0} \right),$$

$$F = \begin{cases} p, & \alpha = \pi/2, \eta_0 < 1; \\ q, & \alpha = 0, \eta_0 > 1. \end{cases} \quad (12)$$

Вважаючи, що $l_* \gg l_0$, формулу (12) можна наближено подати так:

$$N_* \approx \frac{\sigma_{0f}^2 K_{fC}^2}{\alpha\pi^2 l_0 F^4}. \quad (13)$$

Розглянемо тепер допоміжну задачу для пластини, що розтягується перпендикулярно до тріщини завдовжки $2l_0$ тільки такими зусиллями F_0 , за яких довговічність така ж, як і за двохвісного розтягу. Аналогічно рівнянню (13) для цього випадку можна записати:

$$N_* \approx \frac{\sigma_y^2 K_{fC}^2}{\alpha\pi^2 l_0 F_0^4}. \quad (14)$$

Звідси

$$F_0 = 4 \sqrt{\frac{\sigma_y^2 K_{fC}^2}{\alpha\pi^2 l_0 N_*}}. \quad (15)$$

Прирівнюючи співвідношення (13) і (14), отримаємо:

$$\frac{F^2}{F_0^2} = -0,5\xi_i + \sqrt{1-3/4\xi_i^2} \quad (16)$$

$$(i=1,2).$$

Враховуючи вирази для F і F_0 у співвідношеннях (12) і (14), з рівняння (16) запишемо формули для визначення критичних значень p_* , q_* :

$$p_* = p_0 \Phi[\xi_1], \quad \eta_0 < 1;$$

$$q_* = q_0 \Phi[\xi_2], \quad \eta_0 > 1, \quad (17)$$

де:

$$\eta_0 = q_* p_*^{-1};$$

$$\Phi[\xi_i] = \left[-0,5\xi_i + \sqrt{1-0,25\xi_i^2} \right]^2;$$

$$i=1,2; \quad \xi_1 = q_* \sigma_y^{-1}; \quad \xi_2 = p_* \sigma_y^{-1}.$$

Замінімо в (17)

$$x = pp_0^{-1}, \quad y = qq_0^{-1}, \quad \xi_{01} = q_0 \sigma_y^{-1}, \quad \xi_{02} = p_0 \sigma_y^{-1}.$$

Тоді

$$x^2 = -0,5y_0 + \sqrt{1-3/4y^2_0},$$

$$(\bar{b} = p/2, \quad z_0 < 1),$$

$$y^2 = -0,5x_0 + \sqrt{1-3/4x^2_0},$$

$$(\bar{b} = 0, \quad z_0 > 1).$$

Граничними випадками цих рівнянь будуть рівняння при $\xi_{01} = \xi_{02} = 0$ і $\xi_{01} = \xi_{02} = 0 = 1$. Тоді отримаємо:

$$\text{для } \xi_{01} = \xi_{02} = 0,$$

$$x = 1, \quad (\bar{b} = p/2, \quad z_0 < 1),$$

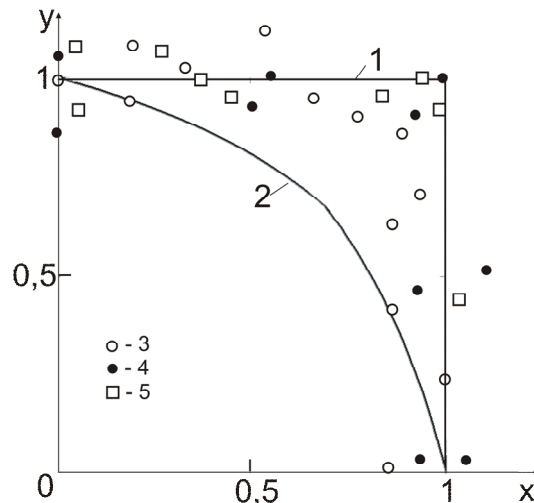
$$y = 1, \quad (\bar{b} = 0, \quad z_0 > 1), \quad (18)$$

а для $\xi_{01} = \xi_{02} = 1$

$$x^2 = -0,5y + \sqrt{1-3/4y^2}, \quad (\bar{b} = p/2, \quad z_0 < 1),$$

$$y^2 = -0,5x + \sqrt{1-3/4x^2}, \quad (\bar{b} = 0, \quad z_0 > 1). \quad (19)$$

На основі залежностей (18) (рис.4 крива 1) і (19) (рис. 4 крива 2) побудовано діаграми граничних навантажень для пластини з тріщиною. Ці криві і обмежують область безрозмірних значень $p = p_*$ і $q = q_*$, за яких буде забезпечено залишковий ресурс пластини $N = N_*$. Тут також наведено експериментальні результати циклічної міцності трубчастих чавунних взірців за двохвісного розтягу під час одноциклового навантаження [15]. Як видно з цього рисунка, експериментальні дані добре узгоджуються з розробленою тут теорією. Побудовану (рис. 4) діаграму граничних навантажень для пластин з тріщинами можна взяти за основу розрахунку циклічної міцності тонкостінних елементів конструкцій з тріщинами.



1 – співвідношення (18); 2 – (19); експерименти [15] для одноциклового навантаження чавунних зразків для різних станів: 3 – $\sigma_g = 345,3$ МПа; 4 – $\sigma_g = 185,4$ МПа;

5 – $\sigma_g = 228,6$ МПа

Рисунок 4 — Діаграма граничних циклічних навантажень для пластини з втмною тріщиною

Формулювання критерію циклічної міцності тонкостінних елементів конструкцій з тріщинами

Розглянемо тонкостінний елемент конструкції, виготовлений з квазікрихкого матеріалу. Лінійні параметри b_i характеризують конфігурацію елемента, а силовий параметр p – навантаження в умовах повзучості.

Методами дефектоскопії не виявлено в елементі дефектів більших за $2l_0$, що набагато менше від його розмірів. Визначимо найменше навантаження, за якого упродовж заданого часу $t = t_*$ руйнування не відбудеться.

Аналогічно [14] припускаємо, що в околі D найнапруженішої точки O елемента розташовано небезпечну тріщину з характерним розміром $2l_0$. Вважаємо, що розмір околу D набагато більший за $2l_0$ і в ньому діють рівномірно розподілені головні напруження $\sigma_1(p)$ і $\sigma_2(p)$. З введенням такої неточності запас міцності розглядуваного елемента збільшиться і стане можливим для знаходження гранично-рівноважного стану околу застосувати вище наведену задачу для пластини з тріщиною [15]. На основі цього, а також співвідношень (17) для визначення критичних головних напружень σ_{1*}, σ_{2*} отримаємо формули

$$y_{1*} - F_{0*} \left[-0,5o_i + \sqrt{1 - 0,25o_i^2} \right]^{\frac{1}{2}} = 0; \tag{20}$$

$$y_{2*} = 3_0 y_{1*} \quad o_i = \begin{cases} y_{2*} y_y^{-1}, & 3_0 < 1; \\ y_{1*} y_y^{-1}, & 3_0 > 1, \end{cases}$$

що є рівнянням діаграми граничних напружень у системі декартових координат $O\sigma_{1*}\sigma_{2*}$. Діаграма, яку описує (20), обмежує область значень головних напружень y_1, y_2 , безпечних відносно міцності елемента конструкції, що містить дефекти такого типу. Враховуючи це, а також користуючись співвідношенням (20), одержимо таку умову міцності квазікрихких тіл:

$$y_{1*} - F_{0*} \left[-\frac{o_i}{2} + \sqrt{1 - \frac{3o_i^2}{4}} \right]^{\frac{1}{2}} < 0 \quad (y_1 > 0), \tag{21}$$

де величини $o_i, 3_0$ визначені у співвідношеннях (21).

Таким чином, співвідношення (15), (17), (20) і (21) за наявності знайдених з експерименту F_{0*}, m, σ_y і дають розв'язок поставленої задачі для оцінки високотемпературної міцності тонкостінних елементів конструкцій з тріщинами.

Циклічна міцність труб з тріщинами

1. Розглянемо тонкостінну трубу товщини h і радіуса R ($R \gg h$) великої довжини

L ($L \gg R$), яка послаблена прямолінійною наскрізною тріщиною довжини $2l_0$ ($R \gg l_0 \gg h$). Вважається, що така труба піддана дії вздовж її осі циклічному розтягу зусиллями Q і внутрішньому циклічному тиску амплітуди p , які змінюються синхронно. Разом з тим задано, що труба повинна безаварійно прослужити $N = N_*$ циклів навантаження. Задача полягає у визначенні таких значень зовнішніх навантажень $Q = Q_*, p = p_*$, за яких буде забезпечено залишкову довговічність труби $N = N_*$.

Розв'язок такої задачі здійснюємо на основі вище сформульованого критерію (21). Для цього спочатку слід знайти головні напруження σ_{1*} і σ_{2*} . На основі [8] отримаємо

$$\sigma_{1*} = p_* R / h, \quad \sigma_{2*} = 0,5 Q_* / \pi h R,$$

$$\eta_0 = \sigma_{2*} / \sigma_{1*} = 0,5 Q_* / \pi p_* R^2 < 1. \tag{22}$$

Підставляючи (15) і (22) в (21), для визначення граничних значень зовнішніх навантажень $Q = Q_*, p = p_*$ отримаємо наступні співвідношення

$$R h^{-1} p_* - \sqrt[4]{\sigma_y K_{fC}^2 / \alpha \pi^2 l_0 N_*} \left[\frac{-0,25 Q_*}{\pi h R \sigma_y} + \sqrt{1 - 0,1875 Q_*^2 / \pi^2 R^2 \sigma_y^2} \right] J = 0,$$

$$0,5 Q_* / \pi p_* R^2 = \eta_0.$$

Рівняння (23) за заданих величинах $R, h, l_0, \sigma_y, \eta_0, K_{fC}, N_*$ і дають розв'язок поставленої задачі.

2. Дослідимо тепер циклічну міцність труби нафтопроводу з поверхневою півеліптичною тріщиною в реальних умовах експлуатації. Розглядається труба з товщиною стінки $h_1 = 0,5(d_2 - d_1)$, внутрішнім d_1 і зовнішнім d_2 діаметрами, яка послаблена поверхневою півеліптичною тріщиною з півосями a_0, b_0 (рис. 5).

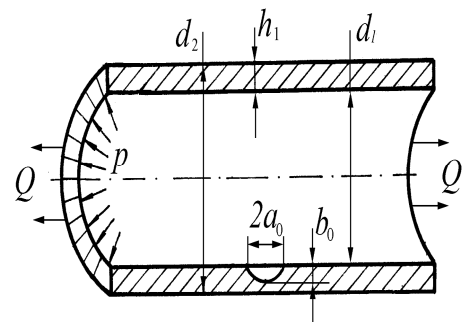


Рисунок 5 — Схема навантаження труби з тріщиною.

Згідно з даними роботи [8] вважається, що змінний тиск в трубі під час перепомповування нафти $P(t)$ визначається так

$$P(t) = a_1 + b_1 \sin \omega_1 t + b_2 \sin \omega_2 t,$$

де: t – час навантаження труби; $b_1 = 0,20\text{MPa}$;
 $\omega_1 = 36(x\varepsilon)^{-1}$; $b_2 = 1\text{MPa}$; $\omega_2 = 1,3 \cdot 10^{-4}(x\varepsilon)^{-1}$;
 a – тиск в трубі нафтопроводу. Разом з тим відомо [8], що в трубі виникають осеві напруження від зміни температури і зневолення її стінки ґрунтом, які можуть досягати $Q = 200\text{MPa}$. Задача полягає у визначенні такого значення внутрішнього тиску $a = a_*$, за якого труба витримає $N = N_*$ циклів навантаження ($N = t\omega_2 / 2\pi$). Це є обернена задача до визначення $N = N_*$. На основі результатів [8] для прямої задачі за допомогою методу еквівалентних площ отримаємо такий наближений розв’язок

$$N_* = \frac{C_2}{C_1} \left(\frac{1}{\sqrt{a_0 b_0}} - \frac{1}{h_1} \right) + \frac{C_3}{C_1} \ln \left(\frac{\sqrt{a_0 b_0}}{h_1} \right), \quad (24)$$

де: $C_1 = 1,2726\alpha r_1^4 h_1^{-4} (b_2^4 + b_1^4 N_1)$,

$$C_2 = \sigma_{0f}^2 K_{fc}^2, \quad N_1 = \frac{\omega_1}{\omega_2}, \quad r_1 = d_1,$$

$$C_3 = 1,2732\sigma_{0f}^2 r_1^2 h_1^{-2} (a + b_2 + b_1)^2.$$

Для розв’язку поставленої задачі, тобто визначенні $a = a_*$ із рівняння (24) визначаємо a і прирівнюємо його до a_* . В результаті отримаємо

$$a_* = 1,7724\sigma_{0f}^{-1} h_1 d_1^{-1} \{ \ln^{-1}(h_1^{-1} \sqrt{a_0 b_0}) [N_* C_1 - C_2 (1/\sqrt{a_0 b_0} - h_1^{-1})] \}^{0,5} - b_1 - b_2. \quad (25)$$

Як приклад, розглянемо випадок нафтопроводу “Кременчук-Херсон”, для якого експлуатаційні параметри труби $b_1, b_2, h_1, d_1, \alpha, \sigma_{0f}, K_{fc}, N_1$ беремо із роботи [8]. Задача буде полягати в знаходженні величини внутрішнього тиску $a = a_*$, коли в трубі виявлено поверхневу тріщину початкової площі $S_0 = \pi a_0 b_0 = 12\text{мм}^2$, а залишковий ресурс труби повинен бути не менший, ніж $N_* = 20$ років. Для цього використовуємо вище викладені міркування, співвідношення (24) і (25). В результаті нескладних обчислень знайдемо, що амплітуда тиску нафти в трубопроводі не повинна перевищувати тиск $a_* = 3,5\text{MPa}$.

ВИСНОВКИ

Запропоновано метод оцінки залишкової циклічної міцності конструкційних елементів з дефектами типу тріщин. Основа даного методу – розроблена авторами розрахункова модель росту тріщини за циклічного навантаження і методика побудови діаграм граничних навантажень для пластини з тріщинами. Порівняння отриманих теоретичних результатів з літературними даними експериментальних досліджень свідчить про їх задовільне співпадіння. Даний підхід ефективно застосовано для визначення циклічної міцності труб з тріщинами.

Література

- 1 Трощенко В.Т. Деформирование и разрушение металлов при многоцикловом нагружении / В.Т. Трощенко – К.: Наукова думка, 1981. – 344 с.
- 2 Писаренко Г.С. Деформирование и прочность материалов при сложном напряженном состоянии / Г.С. Писаренко, А.А. Лебедев. – К.: Наук. думка, 1976. – 415 с.
- 3 Handbook of Fatigue Crack Propagation in Metallic Structures, Edit by Andrea Carpinteri. – Elsevir, 1994, vol. 1. – 952 p.
- 4 Панасюк В.В. Основы механики разрушения / В.В. Панасюк, О.Є. Андрейкив, В.З. Партон – К.: Наук. думка, 1988. – 488 с.
- 5 Панасюк В.В. Механика квазихрупкого разрушения материалов / В.В. Панасюк. – К.: Наук. думка, 1991. – 416 с.
- 6 Форрест П. Усталость металлов: Пер. с англ. / Под ред. С.В. Серенсена. – М.: Машиностроение, 1968. – 352 с.
- 7 Хейвуд Р.Б. Проектирование с учетом усталости / Под ред. И.Ф. Образцова. – М.: Машиностроение, 1969. – 504 с.
- 8 Andreikiv O.Ye., Ivanytskyi Ya.L., Terletskaya Z.O. and Kit M.B. Assessment of the life of a oil pipe with a surface crack under biaxial block loading // Materials Science – 2004. – № 3.
- 9 Андрейкив О.Є. Енергетичні критерії в механіці заповільненого руйнування матеріалів [Текст] / О.Є. Андрейкив, М.Б. Кіт, Н.Б. Сас // Збірник тез доповідей 7-го Міжнародного симпозиуму українських інженерів-механіків, Львів, 18–20 травня 2005 р. – Львів, 2005 – С. 4-5.
- 10 Андрейкив О.Є. Визначення періоду докритичного росту тріщин в елементах конструкцій при їх двох частотному навантаженні [Текст] / О.Є. Андрейкив, М.Б. Кіт // Машинознавство. – 2006. – №2. – С. 3-7.
- 11 Шата М. Енергетичний підхід у механіці втомного поширення макротріщини / М. Шата, З.О. Терлецька // Механіка руйнування і міцність конструкцій / Під ред. В.В.Панасюка – Львів: Каменяр, 1999. – Т.2. – С. 141-148.
- 12 Андрейкив О.Є. Рівняння росту втомних тріщин в неоднорідних пластинах [Текст] / О.Є. Андрейкив, М.В. Ліщинська // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 1999. – № 3. – С. 53-58.
- 13 Андрейкив А.Е. Усталостное разрушение и долговечность конструкций / А.Е. Андрейкив, А.И. Дарчук. – К.: Наук. думка, 1992. – 184с.
- 14 Андрейкив А.Е. Пространственные задачи теории трещин / А.Е. Андрейкив. – К.: Наук. думка, 1982. – 348 с.
- 15 Cornet J., Crassi R. C. Theories of Fracture Under. Combined Stresses // Trans. ASME, Ser. D. – 1961. – 83, № 1. – P. 39-44.

Стаття постуила в редакційну колегію
21.01.09

Рекомендована до друку професором
Мойсишиним В.М.