

УДК 004.942

## ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ МОНТЕ-КАРЛО ДЛЯ ОЦІНКИ ПОХИБКИ ДОПЛЕРІВСЬКИХ ВИМІРЮВАЧІВ ШВИДКОСТІ ТА КУТА ЗНОСУ

*Н. Б. Клочко, М. О. Слабінога\*, О. О. Тутка*

*Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу, вул. Карпатська, 15, м.Івано-Франківськ, 76019, slabinoha@i.ua*

*Стаття присвячена дослідженню можливості застосування методу Монте-Карло для оцінки похибки доплерівських вимірювачів швидкості та кута зносу. Розглянуто основні величини, від яких залежить похибка вимірювання, досліджено характеристики законів їх розподілу. Розроблено послідовність функціонування моделі та реалізовано програмне забезпечення, що виконує дане моделювання. Проведено аналіз отриманих результатів. Здійснено дослідження залежності часу виконання моделюючої програми в залежності від кількості проведених експериментів.*

*Ключові слова: похибка вимірювання, ефект Доплера, швидкість та кут зносу, метод Монте-Карло, моделювання.*

*Статья посвящена исследованию возможности применения метода Монте-Карло для оценки погрешности доплеровских измерителей скорости и угла сноса. Рассмотрены основные величины, от которых зависит погрешность измерения, исследованы характеристики законов их распределения. Разработана последовательность функционирования модели и реализовано программное обеспечение, выполняющее данное моделирование. Проведен анализ полученных результатов. Проведено исследование зависимости времени выполнения моделирующей программы в зависимости от количества проведенных экспериментов.*

*Ключевые слова: погрешность измерения, эффект Доплера, скорость и угол сноса, метод Монте-Карло, моделирование.*

*The article investigates the possibility of using the Monte Carlo method for estimation of measurement error for Doppler velocity and drift angle radars. The main values that impact of the measurement error are listed, the characteristics of their distribution laws are shown. Developed the sequence of model operation and implemented software that performs the simulation. The analysis of the results is given. The dependence between runtime of the simulation program based and the number of experiments is shown.*

*Keywords: measurement error, the Doppler effect, speed and drift angle, Monte Carlo method, simulation.*

Питання точності навігації літальних апаратів у сучасному світі є надзвичайно актуальним. На даний час, доплерівський метод вимірювання швидкості руху та зносу є одним із найпоширеніших та найточніших. Однак, похибка такого вимірювання залежить не тільки від інструментальної похибки доплерівського вимірювача частоти і зносу, а й від характеристик літального апарата та миттєвих значень величин, що характеризують його рух. Тому доцільно враховувати ці параметри при розрахунку похибки вимірювання.

У роботі [1] пропонується обчислювати похибку визначення швидкості польоту та кута зносу, виходячи з параметрів приймача та випромінювача частот (ширина спектру, розміри відбиваючої поверхні, крен літака тощо). У роботах [2-5] для вирішення задачі обчислення похибок застосовується метод Монте-Карло. Він дозволяє реалізувати задачу обчислення похибки шляхом виконання

наступної послідовності дій:

- визначення області можливих вхідних даних;
- генерація вхідних даних із визначеної вище області за допомогою деякого заданого розподілу ймовірностей;
- виконання детермінованих обчислень над вхідними даними;
- зведення проміжних результатів у кінцевий.

Таким чином, доцільно вивчити можливість застосування методу Монте-Карло для оцінки похибки доплерівських вимірювачів швидкості та кута зносу.

Метою дослідження є оцінка похибки доплерівського вимірювача швидкості та кута зносу шляхом багаторазового моделювання процесу вимірювання даних параметрів з урахуванням похибок вимірювальних пристроїв, оскільки це дасть змогу проводити моделювання для конкретного літального

апарату з відповідними вимірювальними пристроями, задаючи їх параметри перед симуляцією та отримуючи відповідну величину похибки.

В основу роботи доплерівського вимірювача швидкості і кута зносу літальних апаратів покладено ефект Доплера - зміну частоти хвиль прийнятих електромагнітних коливань щодо частоти випромінюваних коливань, яка виникає при відносному переміщенні джерела випромінювання (передавача) і приймача, або відносно відбивної поверхні.

Якщо передавач, розміщений на літальному апараті, що переміщається зі швидкістю  $W_n$ , випромінює в напрямку переміщення коливання з частотою  $f_0$ , то вони відбиваються від точки А з частотою [6]:

$$F_A = f_0 + W_n / \lambda, \quad (1)$$

де  $\lambda$  – довжина хвилі випромінюваних коливань.

Якщо на борту ПС розміщено відбивач та приймач та літальний апарат рухається назустріч фронту відбитої хвилі зі швидкістю  $W_n$ , то частота прийнятих коливань:

$$F_{omp} = f_A + W_n / \lambda \quad (2)$$

Таким чином, при радіолокаційному відбитті отримаємо подвійне доплерівське збільшення частоти:

$$F_{omp} = 2W_n / \lambda \quad (3)$$

Якщо поверхня, що відбиває розташована на землі під кутом  $\beta$  до площини польоту і осторонь під кутом  $\theta$  відносно напрямку польоту (рис. 1), то складова швидкості зближення з нею:

$$W_{nr} = W_n \cos \beta \cos \theta \quad (4)$$

Частота сигналу, що приймається з цього напрямку, залежатиме від швидкості зближення і буде вдвічі більшою, ніж при односторонньому поширенні радіохвиль (рис. 1):

$$F_{omp} = f_0 + 2W_n \cos \beta \cos \theta / \lambda \quad (5)$$

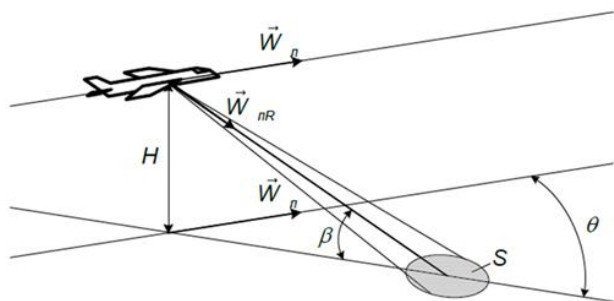


Рисунок 1 – Складові швидкості зближення літального апарату з відбиваючою поверхнею

Практично на літак постійно діє вітер, який призводить до його знесення щодо лінії шляху

на кут  $\alpha$ . В цьому випадку доплерівська частота залежить від значення і напрямку кута знесення:

$$F_d = 2W_n \cos \beta \cos(\theta \pm \alpha) / \lambda \quad (6)$$

При випромінюванні коливань з частотою  $f_0$  в сторону, протилежну руху літака, сигнал на виході приймача має частоту меншу за випромінювану на таке ж значення доплерівського зсуву:

$$F_{omp} = f_0 - 2W_n \cos \beta \cos(\theta \pm \alpha) / \lambda \quad (7)$$

З наведених формул видно, що доплерівська частота містить інформацію про шляхову швидкість і кут знесення літака. Щоб визначити ці величини, необхідно при відомих значеннях  $f_0$ ,  $\beta$  і  $\theta$  виміряти  $F_d$  і розв'язати рівняння (6) щодо  $\alpha$  і  $W_n$ .

Процес моделювання було проведено в три етапи:

- ініціалізація вхідних характеристик та обчислення доплерівської частоти для даних характеристик;
- обчислення кутів  $\beta$  і  $\theta$  з урахуванням похибок прямих вимірювань, та обчислення на їх основі величин  $\alpha$  та  $W_n$ ;
- порівняння отриманих значень зі значеннями, які були встановлені на першому етапі та аналіз похибки розрахунку величин  $\alpha$  та  $W_n$ .

На етапі ініціалізації вхідних характеристик задавалися наступні характеристики:

- вектор швидкості літального апарату  $v$ ;
- вектор швидкості вітру  $w$ ;
- частота випромінювання  $f_0$ ;
- висота польоту  $h$ ;
- вектор початкових координат літака  $A$ ;
- вектор координат точки відбиття  $S$ ;
- швидкість світла  $c$ .

Кут  $\beta$  обчислювався з висоти польоту та відстані від літального апарату до відбиваючої поверхні  $D$ :

$$\beta = \arccos\left(1 - \frac{h^2}{D^2}\right), \quad (8)$$

де  $D = \sqrt{(x_A - x_S)^2 + (y_A - y_S)^2 + (z_A - z_S)^2}$ .

Кут  $\theta$  визначається як кут між векторами  $v$  та вектором, проведеним між точками  $A$  та  $S$ .

Величина кута  $\alpha$  визначається як кут між вектором  $v$  та сумою векторів  $v$  та  $w$ .

З обчислених та ініціалізованих значень за формулою (6) обчислюється значення  $F_d$ .

На другому етапі відбувається врахування похибок прямих вимірювань величин. При наявному визначеному значенні швидкості

літального апарату такими величинами будуть  $h$  та  $D$ , якщо ж швидкість літального апарату вимірюється не доплерівським вимірювачем, слід врахувати також її похибку.

Нехай для даних величин встановлено інструментальні похибки вимірювальних пристроїв  $\Delta h$ ,  $\Delta D$ ,  $\Delta v$ . Припустимо, що похибки вимірювань підкоряються нормальному закону розподілу з математичним сподіванням  $\nu$  та середньоквадратичним відхиленням  $\sigma$ . Математичне сподівання приймемо рівним  $\nu = 0$ . За правилом  $3\sigma$  обчислимо середнє квадратичне відхилення для даних величин. Наприклад, для висоти польоту літального апарата середньоквадратичне відхилення буде рівним:

$$\sigma_h = \frac{\Delta h}{3}. \quad (9)$$

Застосуємо метод Монте-Карло наступним чином:

- 1) додамо до величин  $h$ ,  $D$  та  $v$  псевдовипадкову величину похибки, генератор якої підпорядковується нормальному закону розподілу, параметри якого вказані вище;
- 2) на основі отриманих значень обчислимо з формули (6) значення виразу  $2W_n \cos(\theta \pm \alpha)$ ;
- 3) оцінимо похибку обчислення значення даного виразу, порівнявши зі значенням, обчисленим на етапі ініціалізації;
- 4) підставимо замість  $W_n$  значення, обчислене з вектора  $v$  та розв'яжемо рівняння (6) відносно кута  $\alpha$ .
- 5) оцінимо похибку обчислення значення  $\cos \alpha$ , порівнявши зі значенням, обчисленим на етапі ініціалізації;

Операцію повторимо  $n$  разів, після чого обчислимо математичне сподівання похибки  $\nu_E$  та її середньоквадратичне відхилення  $\sigma_E$ , а також введемо гістограму її розподілу.

Для реалізації даного методу було використано програмне забезпечення GNU Octave.

GNU Octave — система для виконання математичних розрахунків, що надає інтерпретовану мову, багато в чому сумісну з Matlab. GNU Octave може використовуватися для вирішення лінійних завдань, нелінійних та диференціальних рівнянь, обчислень з використанням комплексних чисел і матриць, візуалізації даних, проведення математичних експериментів.

Вона є зручним командним інтерфейсом для розв'язування лінійних і нелінійних математичних завдань, а також проведення інших арифметичних експериментів,

використовуючи мову, в більшості випадків, сумісну з MATLAB. Крім того, Octave можна використовувати для пакетної обробки. Мова Octave оперує арифметикою дійсних і комплексних скалярів і матриць, має розширення для розв'язування лінійних алгебраїчних рівнянь, знаходження коренів систем нелінійних алгебраїчних рівнянь, роботи з поліномами, розв'язування різних диференціальних рівнянь, інтегрування систем диференціальних і диференціально-алгебраїчних рівнянь першого порядку, інтегрування функцій на скінченних і нескінченних інтервалах.

Для генерації псевдовипадкових значень похибок було використано функцію `normrnd(mean,std)`, яка приймає значення математичного сподівання та середньоквадратичного відхилення нормального розподілу, та повертає випадкове значення, що підлягає даному розподілу.

Для вимірювання відстані вибрано моделювання похибки радіотехнічної системи ближньої навігації РСБН - 2С з дальністю вимірювання до 80 км та похибкою вимірювання  $\pm 200$  м.

Для вимірювання висоти було вибрано моделювання похибки було вибрано радіовисотомір малих висот РВ-4, з діапазоном вимірювання 0...1500 м та похибкою вимірювання 4%.

Крім того, проведемо вимірювання кута зносу при вимірюванні власної швидкості літального апарату приладом УС-350 з похибкою 3% та діапазоном вимірювання 50...300 км/год.

Результат моделювання при врахуванні похибки вимірювання відстані для  $n=10000$  показано на рис. 2.

Результат моделювання при врахуванні похибки вимірювання відстані та висоти для  $n=10000$  показано на рис. 3.

Як видно з рисунка 3, похибка вимірювання кута зносу є достатньо малою, та підпорядковується нормальному закону розподілу. У приведеному випадку, розрахункові значення параметрів даного розподілу рівні  $\nu_E = 10^{-7}$  та  $\sigma_E = 2.42 \cdot 10^{-5}$ .

На практиці застосовуються декілька поверхонь відбивання. Наприклад, у випадку двох поверхонь відбивання, розташованих симетрично відносно осі руху літального апарату, різниця доплерівських частот, прийнятих від різних поверхонь, буде рівною [1]:

$$f_{1d} - f_{2d} = W \cos \beta \sin \alpha \sin \theta / \lambda \quad (10),$$

тоді як їх сума буде обчислюватися за формулою:

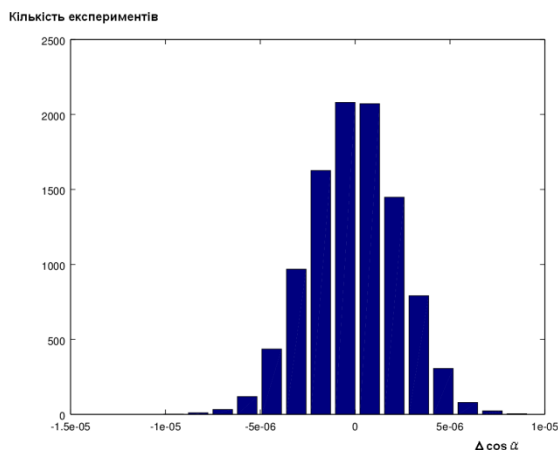
$$f_{1d} + f_{2d} = W \cos \beta \cos \alpha \cos \theta / \lambda. \quad (11)$$

При цьому, тангенс кута зносу буде рівним:

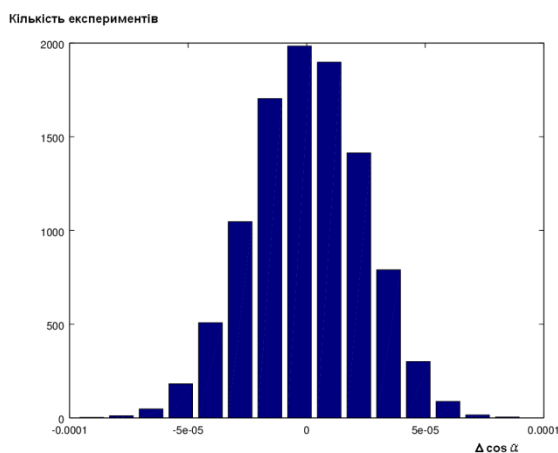
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{f_{1d} - f_{2d}}{f_{1d} + f_{2d}} \operatorname{ctg} \theta, \quad (12)$$

а швидкість літального апарату буде рівною:

$$W = \frac{f_{1d} + f_{2d}}{\cos \beta \cos \alpha \cos \theta} \lambda. \quad (13)$$



**Рисунок 2 – Результат моделювання при врахуванні похибки вимірювання відстані**



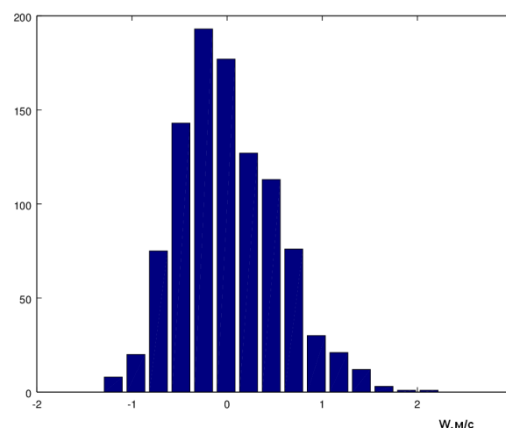
**Рисунок 3 – Результат моделювання при врахуванні похибки вимірювання відстані та висоти**

В даному випадку, на обчислення кута зносу літака впливає фактор похибки у співпадінні між напрямом руху літального апарату та кутом повороту приймача сигналу. Цей же фактор згідно формули (13) впливає на обчислення швидкості, однак у цій формулі додається ще одна похибка, що залежить від точності визначення крену літального апарату. Тому потрібно провести моделювання з врахуванням цих похибок.

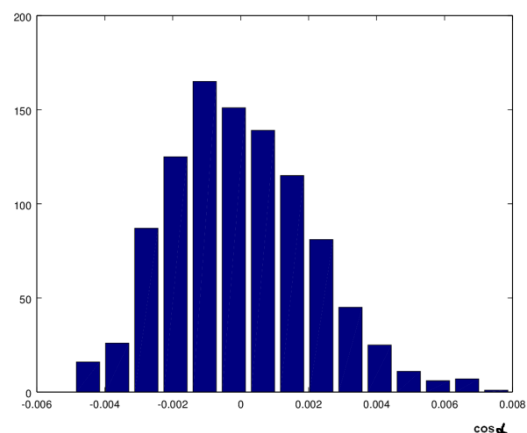
Для проведення моделювання було вибрано характеристики доплерівського вимірювач швидкості та зносу ДИСС – 013 з наступними характеристиками:

- вимірювання шляхових швидкостей  $W_n$  в діапазоні 180 ... 1300 км / год;
- вимірювання кутів зносу в діапазоні  $\pm 30^\circ$ ;
- вимірювання  $W_p$  на висотах 10 ... 15000 м;
- подача в навігаційний обчислювач негативних імпульсів з частотою, пропорційною куту зносу і шляхової швидкості;
- подача в навігаційний обчислювач сигналів «Пам'ять» і «Море»;
- індикація поточних значень  $\alpha$  і  $W_n$  на власному індикаторі.

В розробленому програмному забезпеченні для моделювання передбачено можливість врахування будь-яких величин вищеперелічених похибок пристроїв. При похибці у співпадінні між напрямом руху літального апарату та кутом повороту приймача сигналу рівній  $\pm 1^\circ$  та похибці визначення кута крену літального апарату  $\pm 1^\circ$  було проведено моделювання величини похибки визначення швидкості та кута зносу, результати якого показані на рисунках 4 та 5.



**Рисунок 4 – Результат моделювання похибки вимірювання швидкості руху**



**Рисунок 5 – Результат моделювання похибки вимірювання кута зносу**

Додатково, було проведено моделювання характеристик нормального розподілу при різних значеннях  $n$  для дослідження впливу кількості експериментів на точність вимірювання похибки. Крім того, фіксувався час моделювання при різних значеннях  $n$ . Результати моделювання наведені в таблиці 1.

**Таблиця 1 – Залежність параметрів розподілу похибки від кількості проведених експериментів**

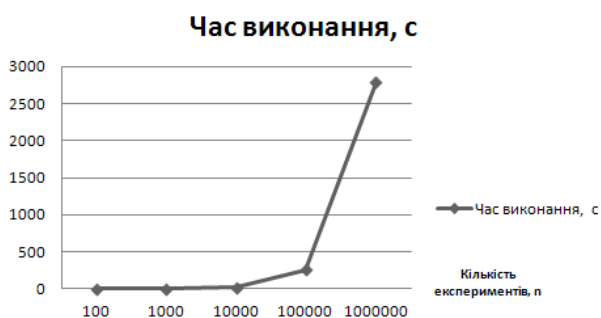
$n$	$V_E$	$\sigma_E$
100	$5.7136 \cdot 10^{-4}$	0.0029469
1000	$-1.9958 \cdot 10^{-4}$	0.0026652
10000	$3.1398 \cdot 10^{-5}$	0.0026643
100000	$-2.8843 \cdot 10^{-5}$	0.0026169

Як видно з одержаних результатів, зі збільшенням кількості експериментів величина  $V_E$  поступово наближається до 0, а  $\sigma_E$  при  $n \geq 1000$  залишається приблизно на одному рівні.

Це дозволяє зробити висновок, що кількість експериментів в межах 1000..10000 є достатньою для оцінювання похибки.

Крім того, розглянемо залежність часу виконання моделювання від  $n$  (рис. 6).

Результати показали, що в середньому при збільшенні кількості експериментів в 10 разів, час виконання зростає приблизно в 10 разів. Виняток становили малі кількості експериментів, де дана залежність не спостерігалась. Це пов'язано з тим, що при малих кількостях експериментів кількість операцій по запису та відображенню даних зростає по відношенню до безпосередньо операцій обчислень.



**Рисунок 6 – Залежність часу проведення моделювання від кількості проведених експериментів**

Як показало моделювання, час виконання напряму залежав від характеристик процесора обчислювальної машини (під час моделювання одне ядро було постійно завантажено на 100%).

Час проведення 1000 експериментів на ПК

на одному ядрі процесора Intel Dual Core T4400 з тактовою частотою 2.2 ГГц становив в середньому 2.5 с. Виходячи з цього, перспективним напрямком є розпаралелення програмного забезпечення для моделювання даних експериментів у багатопроцесорних системах та на мультіядерних процесорах для повного використання їх ресурсу.

## ВИСНОВКИ

Виходячи з отриманих результатів, можна сказати, що застосування методу Монте-Карло для вимірювання похибок доплерівських вимірювачів швидкості та кута зносу є ефективним при розрахунку похибки при відомих інструментальних похибках інших приладів літального апарату. Це дозволяє отримати точну оцінку похибки для часткових випадків з відомими характеристиками вимірювальних приладів, що встановлені на літальних апаратах.

## Література

1. Давыдов П. С., Сосновский А. А., Хаймович И. А. *Авиационная радиолокация: Справочник.* — М.; Транспорт, 1984.
2. Cox, M. *Evaluation of Measurement Uncertainty Based on the Propagation of Distributions Using Monte Carlo Simulation / M. Cox, P. Harris, B. R.-L. Siebert // Measurement Techniques, Vol. 46 Is. 9, 2013. - pp 824-833.*
3. Novikov V.V. *Numerical methods for uncertainty of measurements' results calculation. // Конференція молодих учених із сучасних проблем механіки і математики імені академіка Я.С. Підстригача. Тези доповідей.* — Львів, 2009. - С. 147-148.
4. Wubbeler G. *Evaluation of measurement uncertainty and its numerical calculation by a Monte Carlo method/ G. Wubbeler, M. Krystek, C. Elster// Measurement Science and Technology, Vol. 19 Is. 8, 2008.*
5. Angeles Herrador M. *Evaluation of measurement uncertainty in analytical assays by means of Monte-Carlo simulation/ M. Angeles Herrador, A.Gustavo Gonzalez // Talanta, Vol. 64 Is. 2, 2004. - pp 415-422.*
6. *Радиотехнические системы: Учеб. для вузов по спец. «Радиотехника»/Ю. П. Гришин, В. П. Ипатов, Ю. М. Казаринов и др.; Под ред. Ю. М. Казаринова.* — М.: Высш. шк., 1990. — 496 с.

Поступила в редакцію 18.06.2016 р.

Рекомендували до друку:  
докт. техн. наук, проф. Лютак І. З.,  
докт. техн. наук, проф. Олійник А. П.