

© **В.П. Нагорний**
 д-р техн. наук
І.І. Денисюк
 канд. техн. наук
Я.О. Юшицина
 ІГФ НАН України

Спектральні характеристики бігармонічної акустичної обробки нелінійного середовища пласта

УДК 532.595

Досліджено частоти та амплітуди коливань, що генеруються нелінійним середовищем пласта в процесі обробки його бігармонічним акустичним сигналом. Результати досліджень може бути використано у ході розробки перспективних ефективних акустичних методів обробки пластів із метою інтенсифікації припливу вуглеводнів.

Ключові слова: амплітуда, геофізичне середовище, нелінійність, спектр, частота.

Исследованы частоты и амплитуды колебаний, генерирующиеся нелинейной средой пласта в процессе обработки его бигармоническим акустическим сигналом. Результаты исследований могут быть использованы при разработке перспективных эффективных акустических методов обработки пластов с целью интенсификации притока углеводородов.

Ключевые слова: амплитуда, геофизическая среда, нелинейность, спектр, частота.

Frequencies and amplitudes of vibrations generated by nonlinear geophysical medium of a layer under the effect of a bi-harmonic acoustic signal are investigated. The results of the research can be used in the development of advanced methods for stimulation of oil and gas containing layers with the purpose of increasing wells production debit.

Key words: amplitude, geophysical medium, nonlinearity, spectrum, frequency.

Для підвищення нафтогазовіддачі пластів застосовують акустичні методи дії [1–4]. У більшості розроблених акустичних методів обробки продуктивних вуглеводневих пластів не враховуються нелінійні та дисипативні властивості середовища, що впливають на поширення акустичних хвиль та формування їх спектральних характеристик. Також в основу цих методів покладено принцип дії гармонічної хвилі заданої частоти на середовище пласта. Оскільки енергія гармонічної акустичної хвилі переноситься на одній фіксованій частоті, можливості цього методу обмежені. Подальшим розвитком акустичних методів є застосування бігармонічних хвиль для хвильової обробки середовища пласта.

Деякі аспекти розповсюдження бігармонічних хвиль у середовищах висвітлено в роботах [5, 6]. Проте дослідженню спектральних характеристик бігармонічних хвиль, за винятком [7], приділено недостатню увагу. Зауважимо, що спектральні характеристики дають можливість оцінити розподіл енергії акустичної дії за частотами.

У цій роботі проведено аналітичне дослідження спектральних характеристик хвиль, що генеруються під час бігармонічної акустичної обробки середовища пласта. Дослідження проведено на основі загального розв'язку нелінійної системи рівнянь акустики.

Виходячи з повної системи рівнянь нелінійної акустики, в роботі [8] одержано рівняння простих хвиль:

$$\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\varepsilon}{c_0^2} v \frac{\partial v}{\partial t}, \quad (1)$$

де v – коливальна швидкість; $\varepsilon = \frac{\gamma + 1}{2}$ – параметр акустичної нелінійності; $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$ – показник адиабати в рівнянні стану середовища пласта, c_p , c_v – питомі теплоємності середовища [9]; x – відстань; $\tau = t - \frac{x}{c_0}$; c_0 – швидкість звуку в середовищі пласта.

Розв'язок рівняння (1) під час дії збурення довільної форми $v = (x = 0, t) = \Phi(t)$ на границі нелінійного середовища має вигляд [10]

$$v(x, \tau) = v_0 \Phi\left(\tau + \varepsilon v_0 x / c_0^2\right). \quad (2)$$

Для знаходження спектра простої хвилі розв'язок (2) розкладемо в ряд Фур'є

$$\begin{aligned} \frac{v}{v_0} &= \Phi\left(\omega\tau + z \frac{v}{v_0}\right) = \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n(z) \exp(in\omega\tau), \end{aligned} \quad (3)$$

де $z = \frac{\varepsilon\omega}{c_0^2} v_0 x$.

Коефіцієнти розкладу $c_n(z)$ визначаємо за формулою

$$\begin{aligned} c_n(z) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \Phi\left(\omega\tau + z \frac{v}{v_0}\right) \times \\ &\times \exp(-in\omega\tau) d(\omega\tau). \end{aligned} \quad (4)$$

Проінтегрувавши (4), отримаємо:

$$\begin{aligned} c_n(z) &= \frac{-i}{2\pi n z} \int_{-\pi}^{\pi} \times \\ &\times \left(e^{inz\Phi(\xi)} - 1\right) e^{in\xi} d\xi, \end{aligned} \quad (5)$$

де $\xi = \omega\tau + z \frac{v}{v_0}$.

Залежність (5) визначає спектр простої хвилі в нелінійному середовищі пласта під час дії в ньому хвилі $v = v_0 \Phi(\omega\tau)$.

Грунтуючись на приведених теоретичних результатах, визначимо амплітудні характеристики хвиль, що генеруються в нелінійному середовищі пласта під час дії бігармонічного сигналу

$$\frac{v}{v_0} = \sin \omega_1 t + \sin \omega_2 t, \quad (6)$$

де $\omega_1 = (N+1)\omega$, $\omega_2 = N\omega$, $N > 1$ – натуральне число.

Використовуючи загальне співвідношення (5), для бігармонічного сигналу (6) має місце

$$c_n(z) = \frac{-i}{2\pi n z} \left[\int_{-\pi}^{\pi} e^{inz[\sin(N+1)\xi + \sin N\xi]} - 1 \right] \times e^{-in\xi} d\xi = \frac{-i}{2\pi n z} \int_{-\pi}^{\pi} [e^{inz\sin(N+1)\xi} \times e^{inz\sin N\xi} - 1] e^{-in\xi} d\xi. \quad (7)$$

Беручи до уваги відому тотожність для Бесселевих функцій [11], представимо підінтегральні функції у виразі (7) таким чином:

$$e^{inz\sin(N+1)\xi} = \sum_{k_1=-\infty}^{\infty} J_{k_1}(nz) e^{ik_1(N+1)\xi}, \quad (8)$$

$$e^{inz\sin N\xi} = \sum_{k_2=-\infty}^{\infty} J_{k_2}(nz) e^{ik_2 N\xi}.$$

Із урахуванням виразів (8) залежність (7) представимо у вигляді

$$c_n(z) = \frac{-i}{2\pi n z} \left[\int_{-\pi}^{\pi} \sum_{k_1=-\infty}^{\infty} J_{k_1}(nz) e^{ik_1(N+1)\xi} \times \sum_{k_2=-\infty}^{\infty} J_{k_2}(nz) e^{ik_2 N\xi - in\xi} d\xi - \int_{-\pi}^{\pi} e^{in\xi} d\xi \right] = \frac{-i}{2\pi n z} \int_{-\pi}^{\pi} \sum_{k_1=-\infty}^{\infty} \sum_{k_2=-\infty}^{\infty} J_{k_1}(nz) J_{k_2}(nz) \times e^{i\xi[k_1(N+1) + k_2 N - n]} d\xi = \frac{-i}{nz} \sum_{k_1=-\infty}^{\infty} \sum_{k_2=-\infty}^{\infty} J_{k_1}(nz) J_{k_2}(nz) \times \delta[(N+1)k_1 + Nk_2 - n], \quad (9)$$

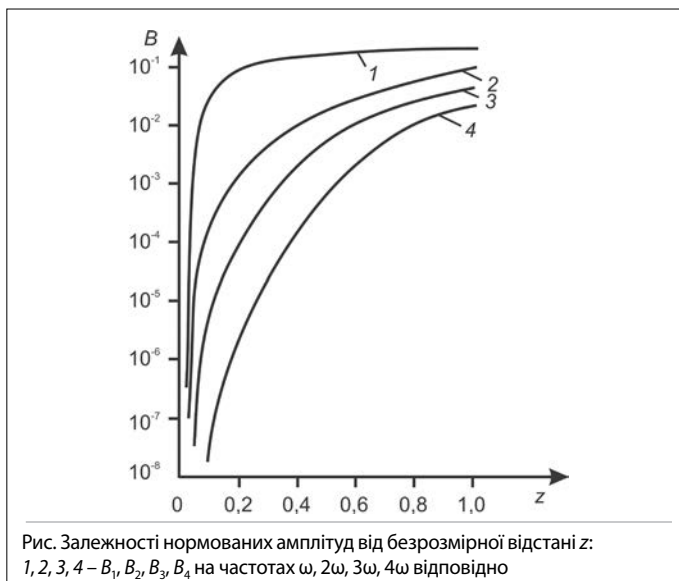


Рис. Залежності нормованих амплітуд від безрозмірної відстані z: 1, 2, 3, 4 – B_1, B_2, B_3, B_4 на частотах $\omega, 2\omega, 3\omega, 4\omega$ відповідно

Таблиця

Нормовані амплітуди B_1, B_2, B_3, B_4 хвиль відповідно на частотах $\omega, 2\omega, 3\omega, 4\omega$

Нормовані амплітуди гармонічних коливань	Відстань від джерела збурення, z						
	0	0,1	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
B_1	0	$4,98 \cdot 10^{-2}$	$9,9 \cdot 10^{-2}$	$1,92 \cdot 10^{-1}$	$2,74 \cdot 10^{-1}$	$3,4 \cdot 10^{-1}$	$3,87 \cdot 10^{-1}$
B_2	0	$2,48 \cdot 10^{-4}$	$1,95 \cdot 10^{-3}$	$1,44 \cdot 10^{-2}$	$4,23 \cdot 10^{-2}$	$8,25 \cdot 10^{-2}$	$1,04 \cdot 10^{-1}$
B_3	0	$1,13 \cdot 10^{-5}$	$6,45 \cdot 10^{-5}$	$1,80 \cdot 10^{-3}$	$1,08 \cdot 10^{-2}$	$3,27 \cdot 10^{-2}$	$6,37 \cdot 10^{-2}$
B_4	0	$2,18 \cdot 10^{-8}$	$2,67 \cdot 10^{-6}$	$2,81 \cdot 10^{-4}$	$3,45 \cdot 10^{-3}$	$1,59 \cdot 10^{-2}$	$3,95 \cdot 10^{-2}$
B_1/B_2	-	200,8	50,8	13,3	6,5	4,1	3,1

де $\delta[(N+1)k_1 + Nk_2 - n]$ – дельта-функція Дірака.

За визначенням дельта-функції [11] вона дорівнює нулю за усіх значень аргументу, крім

$$(N+1)k_1 + Nk_2 - n = 0. \quad (10)$$

Під час дії бігармонічного сигналу передусім розглянемо значення амплітуди на різницевій частоті $\omega_1 - \omega_2 = (N+1)\omega - N\omega = \omega$. Для цієї частоти $n = 1$ і співвідношення (10) має вигляд

$$(N+1)k_1 + Nk_2 = 1. \quad (11)$$

Співвідношення (11) виконується тільки при $k_1 = 1, k_2 = -1$. Із виразу (9) знаходимо:

$$c_1(z) = \left(\frac{-i}{z} \right) J_1(z) J_{-1}(z) = \frac{i}{z} J_1^2(z). \quad (12)$$

Залежність (12) – це комплексна амплітуда розкладу в ряд Фур'є бігармонічного сигналу (6). Дійсні значення коефіцієнтів $A_1(z), B_1(z)$ розкладу в ряд Фур'є при $\cos \omega t$ і $\sin \omega t$ визначаємо з виразів:

$$A_1(z) = c_1(z) + c_1^*(z); B_1(z) = i(c_1(z) - c_1^*(z)), \quad (13)$$

де $c_1^*(z)$ – комплексно-спряжене число значенню $c_1(z)$.

Із виразів (13) знаходимо:

$$A_1(z) = 0; B_1(z) = i \left(\frac{i}{z} J_1^2(z) + \frac{i}{z} J_1^2(z) \right) = \frac{-2}{z} J_1^2(z). \quad (14)$$

У процесі дії бігармонічного сигналу в нелінійному середовищі генеруються коливання і на інших частотах: $2\omega, 3\omega$ і т.п. Для оцінки їх амплітудних значень знайдемо аналітичні залежності спектральних складових від безрозмірної відстані z.

При $n = 2$, що відповідає частоті 2ω , із виразу (10) отримуємо:

$$(N+1)k_1 + Nk_2 = 2. \quad (15)$$

Співвідношення (15) виконується за умови: $k_1 = 2, k_2 = -2$. Тоді із виразу (9) знаходимо:

$$c_2(z) = \left(\frac{-i}{2z} \right) J_2(2z) J_{-2}(2z) = \frac{-i}{2z} J_2^2(2z). \quad (16)$$

Дійсне значення амплітуди коливань на частоті 2ω визначається залежністю

$$B_2(z) = \frac{1}{z} J_2^2(2z), \quad (17)$$

а амплітуди коливань на частотах 3ω та 4ω відповідно

$$B_3(z) = -\frac{2}{3z} J_3^2(3z); B_4(z) = -\frac{J_4^2(4z)}{2z}. \quad (18)$$

Із застосуванням виразів (14), (17) і (18) проведено розрахунки амплітуд складових спектра залежно від безрозмірної відстані $z = 0...1$ (до моменту виникнення розриву розв'язку). Ці розрахунки приведені в табл. та на рисунку.

Як видно з рисунка, амплітуда коливань хвилі на частоті $\omega = \omega_1 - \omega_2$ монотонно зростає з відстанню z . Амплітуди коливань хвилі на частотах 2ω , 3ω , 4ω також зростають з відстанню, але вони значно менші, порівняно з амплітудами коливань на частоті $\omega = \omega_1 - \omega_2$. Так, амплітуда B_1 значно перевищує значення B_2 у діапазоні відстаней $z = 0,1...0,4$. У подальшому це відношення становить $6,5...3,1$.

Висновок

Отже, на основі загального розв'язку нелінійної системи рівнянь акустики досліджено та визначено спектральні характеристики хвилі, що генеруються в нелінійному середовищі пласта у разі дії бігармонічного сигналу. Встановлено, що, порівняно з гармонічним сигналом, спектр імпульсної обробки середовища розширюється завдяки появі хвилі на частотах ω , 2ω , 3ω , 4ω , що дає можливість більш повно охопити середовище пласта хвильовою обробкою. При цьому амплітуда коливань на різнищевій частоті $\omega = \omega_1 - \omega_2$ більш висока порівняно з амплітудами на частотах 2ω , 3ω , 4ω .

Одержані результати дослідження спектральних характеристик під час бігармонічної акустичної дії на середовище вуглеводневих пластів можуть бути використані у ході розробки перспективних ефективних акустичних методів обробки пластів із метою інтенсифікації припливу вуглеводнів.

Список літератури

1. **Горбачев Ю.И.** Акустическое воздействие и повышение рентабельности разработки нефтяных месторождений // НТВ: Каротажник. – Тверь, 2000. – Вып. 60. – С. 55–67.
2. **Свалов А.М.** О механизме волнового воздействия на продуктивные пласты / А.М. Свалов // Разработка и эксплуатация нефтяных месторождений. – 1996. – № 7. – С. 27–29.
3. **Технология** акустической реабилитации скважин и пластов для решения задач повышения нефтеотдачи / Э. Орентлихерман, Д. Воронин, А. Исхаков, Ю. Горбачев // Нефть и газ. – 2002. – № 5. – С. 51–55.
4. **Афанасенков И.И.** Опыт и перспективы промышленного использования акустического воздействия в различных скважинах / И.И. Афанасенков, Е.Ф. Жуйков // Нефт. хоз-во. – 1999. – № 12. – С. 16–19.

5. **Нагорный В.П.** Бигармонические волны в нелинейной среде / В.П. Нагорный, И.И. Денисюк, В.М. Лихван // Мат. Х Междунар. научн. конф. «Импульсные процессы в механике сплошных сред»; 19–22 августа 2013 г., Николаев. – Николаев, 2013. – С. 179–182.

6. **Нагорный В.П.** Бігармонічна дія акустичних хвиль в нелінійно-дисипативному геосередовищі / В.П. Нагорний, І.І. Денисюк, В.М. Лихван, Я.О. Юшицина // Мат. ХХІІІ Междунар. научн. школы им. С.А. Христиановича «Деформирование и разрушение материалов с дефектами и динамические явления в горных породах и выработках»; 23–29 сентября 2013 г., Алушта. – Алушта, 2013. – С. 220–224.

7. **Денисюк І.І.** Спектральні характеристики при акустичній дії на нелінійне геофізичне середовище / І.І. Денисюк, В.П. Нагорний. – К.: УкрІНТЕІ, 2014. – 30 с.

8. **Гурбатов С.Н.** Нелинейная акустика в задачах / С.Н. Гурбатов, О.В. Руденко. – М.: МГУ, 1990. – 80 с.

9. **Нагорный В.П.** Імпульсні методи інтенсифікації видобутку вуглеводнів / В.П. Нагорний, І.І. Денисюк. – К.: Ессе, 2012. – С. 323.

10. **Руденко О.В.** Теоретические основы нелинейной акустики / О.В. Руденко, С.И. Солюян. – М.: Наука, 1975. – 288 с.

11. **Справочник** по специальным функциям / Под ред. М. Абрамовица, И. Стиган. – М.: Наука, 1979. – 830 с.

Автори статті



Нагорний Володимир Петрович

Доктор технічних наук, професор, завідувач відділом Інституту геофізики ім. С.І. Субботіна НАН України. Освіта за фахом – механік. Основний напрям наукових досліджень – розробка нафтових та газових родовищ, трубопровідний транспорт, нафтогазосховища.

Денисюк Іван Іванович

Кандидат технічних наук, старший науковий співробітник Інституту геофізики ім. С.І. Субботіна НАН України. Освіта за фахом – механік. Основний напрям наукових досліджень – імпульсні методи підвищення дебіту видобувних свердловин.



Юшицина Ярослава Олександрівна

Молодший науковий співробітник Інституту геофізики ім. С.І. Субботіна НАН України. Освіта за фахом – розробка нафтових і газових родовищ. Основний напрям наукових досліджень – імпульсні методи підвищення дебіту видобувних свердловин.

