

УДК 620.179.16

ЗАСТОСУВАННЯ ДИСКРИМІНАНТНИХ І ЛІНІЙНИХ РОЗДІЛЯЮЧИХ ФУНКЦІЙ ДЛЯ ПОБУДОВИ ВИРІШАЛЬНИХ ПРАВИЛ БАГАТОПАРАМЕТРОВОГО КОНТРОЛЮ

О.О. Гільова, В.С. Єременко

Національний авіаційний університет, пр. Космонавта Комарова, 1, м. Київ, 03058,
тел. (044) 406-74-35, e-mail: nau_307@ukr.net

Описані методи побудови вирішальних правил при багатопараметровій дефектоскопії композиційних матеріалів. Приведені результати порівняльного аналізу правил побудованих, що базуються на дискримінантних функціях та лінійних розділяючих функціях. На основі експериментальних даних показані недоліки і переваги кожного з цих підходів.

Ключові слова: композиційні матеріали, багатопараметровий контроль, вирішальні правила, дискримінантний аналіз, розділяючі поверхні.

Описаны методы построения решающих правил при многопараметровом контроле композиционных материалов. Приведены результаты сравнительного анализа правил основанных на дискриминантных функциях и линейных разделяющих функциях. На основе экспериментальных данных показаны недостатки и преимущества каждого из указанных подходов.

Ключевые слова: композиционные материалы, многопараметровый контроль, решающие правила, дискриминантный анализ, разделяющие поверхности.

This study examines decision rules construction in multiparametric composite materials defectoscopy area. Study also shows results of contrastive analysis of rules based on discriminators and linear separating function. Advantages and disadvantages of both approaches have shown on the basis of experimental data.

Keywords: composite materials, decision rule, discriminant analysis, multiparametric control, separating surfaces.

При багатопараметровому контролі композиційних матеріалів постає задача вибору вирішального правила для ефективного розпізнавання дефектів. Якщо в якості методу відбору інформативних параметрів застосувати дискримінантний аналіз, то вирішальне правило можна сформулювати на основі дискримінантних функцій [1]. Але дискримінантний аналіз має певні обмеження щодо нормальності досліджуваних даних, а також потребує значних обчислювальних затрат. Існує і інший підхід згідно з теорією розпізнавання образів, який передбачає побудову лінійних розділяючих функцій за ітеративними алгоритмами.

Для вирішення питання про багатопараметрову діагностику потрібно розв'язати дві основні задачі: відбір найбільш інформативних ознак із множини можливих, а також побудова вирішального правила. Першу задачу можна виконати за допомогою процедур послідовного відбору дискримінантного аналізу. Другу задачу пропонується вирішити двома шляхами: 1 - побудувати вирішальні правила на основі дискримінантних класифікаційних функцій; 2 - сформулювати лінійні розділяючі

функції (поверхні) і на їх основі побудувати вирішальні правила.

В роботі проведено порівняння ефективності застосування цих двох підходів, розглядаються переваги і недоліки кожного з методів, порівнюється ефективність побудованих вирішальних правил.

Для визначення інформативних ознак, які забезпечують розділення досліджуваних діагнозів, пропонується використати процедуру послідовного відбору змінних. Вона починається з вибору змінної, що забезпечує найкраще одномірне розрізнення [2]. Потім аналізуються пари, утворені відбіраною та однією із змінних, що залишилися, після чого вибирається пара, що дає найкраще розрізнення, з якої й відбирається змінна. На кожному кроці цієї процедури відбирається змінна, котра в сполученні з відібраними раніше дає найкраще розрізнення. Процес триває доти, поки не будуть розглянуті всі можливі змінні або поки змінні, що залишилися, не перестануть поліпшувати розрізнення. В якості міри розрізнення між змінними використовується відстань Махаланобіса D :

$$D = (x - m)^T C^{-1} (x - m), \quad (1)$$

де m , x – вектори середніх значень змінних відповідно однієї та другої групи; C – коваріаційна групова матриця; $()^T$ – оператор транспонування; $()^{-1}$ – оператор оберненої матриці.

В якості критерія, що використовується для включення або виключення змінних, застосовується Λ -статистика Уїлкса:

$$\Lambda(x) = \det W(x) / \det T(x), \quad (2)$$

де $\det W(x)$ – визначник внутрішньої групової матриці перехресних добутків $W(x)$ для змінних $x = (x_1, \dots, x_p)$; $\det T(x)$ – визначник загальної матриці перехресних добутків $T(x)$ для цих змінних.

Статистика Уїлкса приймає значення між нулем та одиницею. Більші значення вказують на слабке розрізнення між усіма групами, у той час як малі значення – на достатнє розділення між групами (або між деякими з них). Процедура послідовного відбору припиняється тоді, коли значення статистики Уїлкса стає меншим від заданого рівня значущості.

Після відбору відповідних змінних будуються класифікуючі функції для груп. Сутність класифікуючої функції полягає в тому, що для заданої групи вона приймає максимальне значення. Якщо, виходячи з процедури послідовного відбору,

$$\bar{x}^{(g)} = (\bar{x}_{g_1}, \dots, \bar{x}_{g_p}) \text{ і } \bar{x} = (\bar{x}_{i_1}, \dots, \bar{x}_{i_p}) \quad (3)$$

є g -та група і вектор загальних середніх для відібраних класифікаційних змінних

$x = (x_{i_1}, \dots, x_{i_p})$, а $\hat{\Sigma} = (n \cdot q)^{-1} W(x)$ позначає звичайну об'єднану внутривибіркову коваріаційну матрицю для відібраних змінних, тоді

$$f_g(x) = \left(x - \frac{1}{2} \bar{x}^{(g)} \right) \hat{\Sigma}^{-1} \bar{x}^{(g)r} \quad (4)$$

позначає групову класифікаційну функцію для групи g , що ґрунтується на відібраних класифікаційних змінних.

Рівняння розділяючої функції або розділяючої гіперплощини буде таким:

$$f(\bar{x}) = \lambda x, \quad (5)$$

де $x = \{x_1, x_2, \dots, x_N\}$ – вектор ознак; $\lambda = \{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n\}$ – ваговий вектор.

Вектор λ однозначно визначає положення розділяючої площини в просторі ознак, тому задача побудови розділяючої площини зводиться до пошуку значень вектора λ . Якщо існує навчальна послідовність, тобто сукупність інформативних сигналів, отриманих на зразках з відомим діагнозом, то її можна використовувати для побудови вагового вектора, а значить і розділяючої гіперплощини. Це відбувається за ітеративним алгоритмом послідовних наближень при пред'явленні кількох зразків із навчаючої сукупності образів. У загальному вигляді цю процедуру можна представити так: при пред'явленні кожного наступного зразка із навчаючої послідовності $x_{(1)}, x_{(2)}, \dots, x_{(n)}$ відбувається корекція вектора λ за допомогою коректуючого множника c , тобто

$$\lambda_{(n+1)} = \lambda_{(n)} + c r_{(n+1)} x_{(n+1)}. \quad (6)$$

В рівності (6)

$$r_{(n+1)} = \begin{cases} 0, \forall \lambda_{(n)} \cdot x_{(n+1)} > 0 \\ 1, \forall \lambda_{(n)} \cdot x_{(n+1)} < 0 \end{cases} \text{ при } x_{(n+1)} \in D_1,$$

$$r_{(n+1)} = \begin{cases} -1, \forall \lambda_{(n)} \cdot x_{(n+1)} > 0 \\ 0, \forall \lambda_{(n)} \cdot x_{(n+1)} < 0 \end{cases} \text{ при } x_{(n+1)} \in D_2.$$

Іншими словами, при неправильно розпізнаних контрольованих зонах до вектора $\lambda_{(n)}$ додається значення точки, щодо якої була зроблена помилка. Відповідно до теореми Розенבלата і Новикова [3] дана процедура послідовних наближень приводить до визначення вагового вектора за кінцеве число кроків.

Приклад лінійної дискримінантної функції для i -го діагнозу:

$$f_i(x) = b_{i1}x_1 + b_{i2}x_2 + \dots + b_{iN}x_N + b_{i,N+1}, \quad (8)$$

де $b_{i1}, \dots, b_{i,N+1}$ – вагові коефіцієнти.

Якщо діагнози D_i і D_j в просторі ознак мають спільну границю, то рівняння розділяючої поверхні буде мати вигляд:

$$f_i(x) - f_j(x) = 0. \quad (9)$$

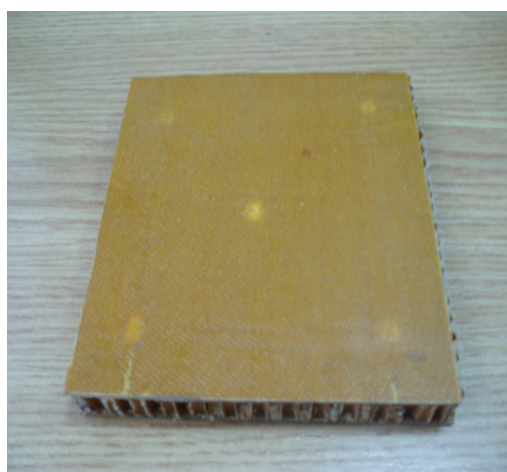
Таким чином дискримінантні класифікуючі функції набувають максимального значення для того діагнозу, який вони характеризують, а розділяючі функції між двома діагнозами

приймають значення більші або менші 0 в залежності від діагнозу, який класифікується [3]. Тобто можна показати, що дискримінантні функції характеризують поверхню, на якій лежать точки класифікованого діагнозу, а лінійні розділяючі функції проводять границю між цими поверхнями.

Експериментальні дослідження проводилися на зразках, виготовлених зі стільникових панелей із штучно-закладеними дефектами двох типів (рис. 1). Зразки першого типу виготовлені з композиційної панелі з обшивкою із склопластику товщиною 1,5 мм і стільниковим наповнювачем ПСП, мають штучно-закладені дефекти типу непроклеїв та відшарувань. Зразки другого типу також виготовлені зі стільникової панелі наповнювачем типу ПСП-1 і обшивкою на основі склотканини, а моделями дефектів виступали зони з пошкодженнями, нанесеними точковими руйнівними ударами різної енергії.



а)



б)

а) – першого типу; б) – другого типу

Рисунок 1 - Зразки композиційних панелей

Інформаційні сигнали були отримані за допомогою методу низько-швидкісного удару [4]. На зразках першого типу було отримано по 250 інформаційних сигналів з зон, що не містять дефекту, і з семи зон із закладеними на різній глибині дефектами (рис. 2). На зразках другого типу інформаційні сигнали вимірювались у бездефектній зоні та у 4-их зонах з різним ступенем ударного пошкодження.

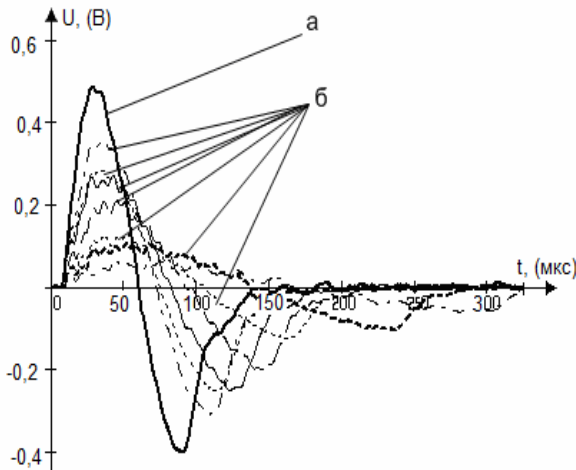
Як видно з характеру інформаційного сигналу (рис. 2), про дефектність зони свідчить зміна форми імпульсних сигналів. Цю зміну можна урахувати, дослідивши спектральний розклад сигналів. В якості базису спектрального розкладу було використано ортогональні функції Хаара [5].

За допомогою процедури послідовного відбору дискримінантного аналізу [2] було проаналізовано 32 коефіцієнти спектрального розкладу по базису Хаара, по 100 значень вимірювань кожного параметра. Процедура послідовного відбору, а також обчислення дискримінантних функцій проводилася з використанням пакету Statistica 5.0 [6].

В результаті покрокового відбору було відібрано 15 змінних (коефіцієнтів розкладу) за значеннями Λ -статистики Уїлкса для зразка першого типу і 14-змінних для зразка другого типу (табл. 1).

Таблиця 1 – Відібрані змінні (коефіцієнти розкладу) для зразків першого та другого типів

№ кроку	Зразок першого типу		Зразок другого типу	
	№ коефіцієнта	Λ -статистика	№ коефіцієнта	Λ -статистика
1	7	0,0430926904	6	0,0172390600
2	4	0,0040770811	13	0,0005443707
3	1	0,0003782409	7	0,0000162147
4	15	0,0000396632	4	0,0000002505
5	26	0,0000109886	2	0,0000000740
6	23	0,0000020118	14	0,0000000159
7	28	0,0000008050	5	0,0000000083
8	32	0,0000003618	9	0,0000000057
9	3	0,0000001695	27	0,0000000026
10	8	0,0000000788	26	0,0000000010
11	10	0,0000000421	20	0,0000000008
12	5	0,0000000297	1	0,0000000006
13	6	0,0000000195	19	0,0000000005
14	13	0,0000000121	18	0,0000000004
15	21	0,0000000087	-	-

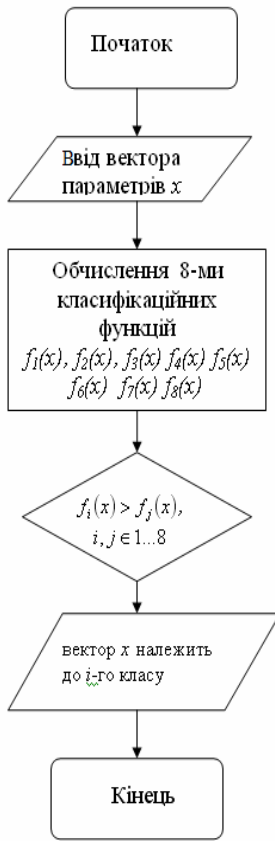


а) - з бездефектної зони; б) - з 7-ми зон з дефектами типу розшарувань

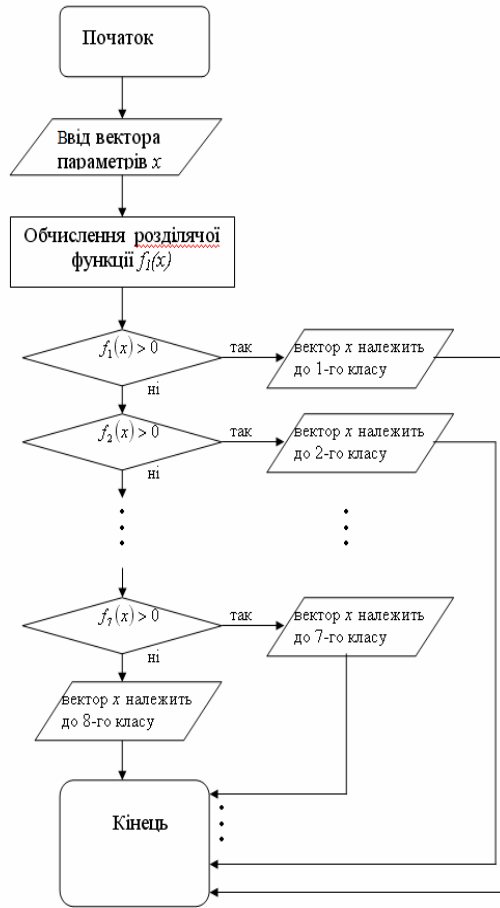
Рисунок 2 - Інформаційні сигнали

Наступний крок – проведення класифікації. Було розроблено два алгоритми прийняття рішень, перший з яких базується на дискримінантних класифікаційних функціях, а другий на лінійних розділяючих функціях (рис. 3).

Перший алгоритм простіший в реалізації, але треба враховувати те, що він передбачає одночасне обчислення всіх 8-ми класифікаційних функцій і визначення по максимальній функції до якого класу належить досліджуваний об'єкт. Розрізнення за лінійними розділяючими функціями в свою чергу передбачає велику кількість умов. У випадку, коли досліджуваний об'єкт належить до першого з класів, для яких побудовані розділяючі поверхні, зменшується кількість обчислень порівняно з дискримінантним аналізом.



а)



б)

а) – за дискримінантними класифікуючими функціями; б) – за розділяючими функціями

Рисунок 3 - Алгоритми прийняття діагностичного рішення

У випадку, коли досліджуваний об'єкт належить до останнього класу, кількість операцій в обох алгоритмах рівна.

Порівнюємо ефективність вирішальних правил, побудованих за дискримінантними функціями та лінійними розділюючими поверхнями. Тут виникає питання обґрунтованого вибору оптимальної кількості інформативних ознак, так як використання всіх 15 або 14 відібраних параметрів вимагає трудомістких обчислень. Для порівняння ефективності застосування в якості вирішальних правил класифікаційних дискримінантних функцій також лінійних розділюючих функцій використовувалися 3 змінні, які є найбільш інформативними.

Для реалізації даних алгоритмів і перевірки ефективності їх використання для двох наборів експериментальних даних, що характеризують два різновиди дефектів в композиційних матеріалах - розшарування та ударні пошкодження, побудовано дискримінантні класифікаційні функції та розділюючі поверхні, їх рівняння для бездефектних та дефектних зон представлені в табл. 2 та табл. 3 відповідно. В таблицях індекси змінних x_i вказують на номер коефіцієнту спектрального розкладу за базисом Хаара, використаного для побудови рівняння вирішального правила. Номер розділюючої функції в таблицях відповідає поверхні, що виділяє i -ту групу по відношенню до інших груп з більшими номерами.

Таблиця 2 – Рівняння дискримінантних класифікуючих і лінійних розділюючих функцій для зразка першого типу

№	Дискримінантна класифікуюча функція	Лінійна розділююча функція	n_{im}
1	$f_1(x) = -30.69x_7 + 38.34x_4 - 3.57x_1 - 114.31$	$f_1(x) = 9.79x_7 + 28.17x_4 - 8.97x_1$	138
2	$f_2(x) = -61.41x_7 + 22.80x_4 + 0.90x_1 - 44.39$	$f_2(x) = 13.04x_7 + 41.18x_4 - 7.89x_1$	65
3	$f_3(x) = -56.90x_7 + 16.31x_4 + 1.78x_1 - 39.42$	$f_3(x) = 22.53x_7 + 56.98x_4 - 7.22x_1$	241
4	$f_4(x) = -21.47x_7 - 3.36x_4 + 3.68x_1 - 34.09$	$f_4(x) = 10.94x_7 + 54.55x_4 - 3.72x_1$	149
5	$f_5(x) = 5.86x_7 - 15.35x_4 + 4.54x_1 - 32.40$	$f_5(x) = 3.14x_7 + 13.13x_4 - 0.22x_1$	58
6	$f_6(x) = 128.29x_7 - 60.43x_4 + 7.71x_1 - 58.83$	$f_6(x) = 13.22x_7 + 4.24x_4 - 0.14x_1$	60
7	$f_7(x) = 36.47x_7 - 21.08x_4 + 3.26x_1 - 12.32$	$f_7(x) = 3.85x_7 - 2.29x_4 + 0.13x_1$	18
8	$f_8(x) = -79.55x_7 + 25.40x_4 - 1.07x_1 - 16.03$	-	-

Тут n_{im} – кількість кроків ітерації, що знадобилося для побудови розділюючої функції по ітеративному алгоритму.

Таблиця 3 - Рівняння дискримінантних класифікуючих і лінійних розділюючих функцій для зразка другого типу

№	Дискримінантна класифікуюча функція	Лінійна розділююча функція	n_{im}
1	$f_1(x) = -102.88x_6 + 29.95x_{13} - 115x_7 - 115.40$	$f_1(x) = -2.15x_6 - 0.01x_{13} - 3.73 \times 10^{-3} x_7$	2
2	$f_2(x) = 6.06x_6 - 215.85x_{13} + 27.43x_7 - 76.69$	$f_2(x) = -0.17x_6 - 0.93x_{13} + 0.38x_7$	3
3	$f_3(x) = -8.83x_6 + 243.44x_{13} - 239.62x_7 - 107.98$	$f_3(x) = -0.40x_6 - 0.59x_{13} - 0.95x_7$	4
4	$f_4(x) = 13.89x_6 + 210.28x_{13} - 120.48x_7 - 42.02$	$f_4(x) = 0.68x_6 - 0.23x_{13} - 1.05x_7$	9
5	$f_1(x) = 18.84x_6 + 3.81x_{13} + 44.06x_7 - 9.35$	-	-

Таблиця 5 - Результати розпізнавання дефектів в зразках другого типу

Вирішальне правило	Ймовірність розпізнавання дефекту <i>i</i> -ої групи (%)					Середня ймовірність (%)
	1	2	3	4	5	
Дискримінаційні класифікуючі функції	100	100	100	100	100	100
Лінійні розділяючі функції	100	100	100	100	100	100

1. Еременко В.С. Методика определения информативных признаков при многопараметровом неразрушающем контроле / В.С.Еременко, Ю.В.Витрук, А.М.Овсянкин // Техническая диагностика и неразрушающий контроль. – 2007. - №2. – С. 21-26. 2. Факторный, дискриминатный и кластерный анализ: Пер. с англ. / Дж.-О.Ким, Ч.У. Мюллер, У.Р.Клекка и др.; Под ред. И.С. Енюкова. – М.: Финансы и статистика, 1989. – 215с. 3. Биргер И.А. Техническая диагностика / И.А.Биргер; – М.: Машиностроение, 1978. – 240 с. 4. Еременко В.С. Обнаружение ударных повреждений сотовых панелей методом низкоскоростного удара / В.С.Еременко, В.М.Мокийчук, А.М.Овсянкин // Техническая диагностика и

контроль. – 2007. - №1. – С. 124-127. 5. Еременко В.С. Исследование характеристик импульсных сигналов на основании разложений по базису Хаара / В.С. Еременко, В.М. Мокийчук, О.В. Самойличенко // Восточно-европейский журнал передовых технологий. - 2006. - №1 (1). - С. 142-144. 6. Боровиков В.П. Statistica: искусство анализа данных на компьютере. Для профессионалов / В.П. Боровиков. – СПб.: Питер, 2001. – 656 с.

Поступила в редакцію 10.03.2010 р.

**Рекомендував до друку докт. техн. наук,
проф. Горбійчук М.І.**