

УДК 621.315

МОДЕЛЮВАННЯ РОЗПОДІЛУ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ПОЛІВ У ВІДКРИТОМУ БІКОНІЧНОМУ РЕЗОНАТОРІ**С.Ю. Шевченко, В.В. Волохін***Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут»,
вул. Фрунзе, 21, м. Харків, 61002*

Описано обоснование выбора средств регистрации ледовых образований на линиях электропередач. В результате выполненного анализа предложено использовать в качестве датчика определения льда объёмный резонатор сверхвысокой частоты. Приведена методика расчёта электромагнитных полей, наведённых в предельном биконическом резонаторе.

The article deals with the substantiation of a choice of registration means for glaze and rime formations on electric mains. As a result of the executed analysis it is offered to use the volumetric ultrahigh frequency resonator as the glaze detection sensor. The electromagnetic field estimation of interfacial biconical resonator is made.

Успішне вирішення задач, які стоять перед енергетикою України, є можливим тільки при наявності державної стратегії, що опирається на сучасну методологію проектування й експлуатації, нові наукові напрямки й технічні рішення, які дозволяють підвищити надійність, економічну ефективність передачі й розподілу електричної енергії.

На жаль, деякі питання забезпечення надійності електропостачання залишаються невирішеними в силу ряду причин, однією з яких є відсутність інформаційного забезпечення та, як наслідок, ефективного моніторингу не тільки параметрів режиму передачі енергії, але і метеоситуації, котра супроводжує її. Це тим більш суттєво, що в останні роки в результаті різкої зміни погодних умов мав місце цілий ряд пошкоджень ліній електропередач в різних регіонах України, включаючи не тільки порив проводів, але й падіння опор. Подібні аварії завдають суттєвих збитків економіці як України, так і країн, розташованих в аналогічних географічних поясах. Боротьба з цим явищем досить нелегка та пов'язана із значними капітальними вкладеннями. Тому будь-яке прогнозування ожеледно-паморозевих утворень (ОПУ) на певних ділянках проводів як метеорологічними, так і приладними методами дозволяє отримати можливість попереджати негативні наслідки такого обледеніння.

Слід відзначити, що метеорологічні прогнози не завжди є надійними, оскільки пов'язані з ймовірнісними методами. Крім того, ці прогнози можуть давати суттєву похибку в

часі, що теж неприпустимо. Більш правильно, з оперативної точки зору, використання метеорологічних прогнозів разом із технічними системами, котрі ведуть постійний контроль за станом ліній електропередач на різних ділянках.

Існуючі на сьогоднішній день технічні рішення в цьому напрямку мають ряд недоліків, серед яких певна їх інерційність, надмірне споживання енергії для плавлення льоду, котрий з'являється на самих пристроях контролю. Одним із варіантів, які дозволяють усунути вказані недоліки, може бути використання давачів надвисокочастотних (НВЧ) – резонаторів у міліметровому діапазоні довжин хвиль [1,2].

Пристрої такого типу мають невеликі розміри, споживають незначну кількість електроенергії, безінерційні та чутливі до будь-яких навіть незначних змін параметрів оточуючого повітря щодо можливої появи ожеледі.

Але для цього оточуюче повітря повинно вільно проникати в резонатор, тобто резонатор повинен мати у своєму корпусі відкриті отвори. При цьому, як відомо з електродинаміки, будь-які отвори такого типу, по-перше, знижують добротність резонатора, тобто його чутливість, по-друге, вони виступають як джерела випромінювання, що негативно впливає на зовнішнє середовище.

Виходом із такого положення може бути використання так званих відкритих граничних резонаторів (рис. 1). Як видно із рис.1, запропонований резонатор має центральну

регулярну частину, в якій існує одна або декілька мод хвиль, котрі відповідають даній конфігурації резонатора. Також є торцеві частини, які звужуються по заданому закону і поступово стають позамежними для існуючих в центральній частині хвиль. Тобто відбувається реактивне відбиття полів від обох торців резонатора. Крім того, оскільки електромагнітне поле перестає існувати в торцевих частинах, починаючи з деякого перерізу, то самі торці резонатора можуть бути відкритими, так як випромінювання з них буде відсутнім. Це дозволяє атмосферному повітрю легко проникати в резонатор, а зменшення металеві поверхні резонатора знижує величину втрат в ній.

Але при цьому виникає досить складна задача розрахунку електромагнітних полів (ЕМП), що мають місце в такому резонаторі. Вона суттєво відрізняється від розрахунку резонаторів звичайного типу у зв'язку з присутністю в даному випадку нерегулярності вздовж резонатора.

Дослідимо математичну модель, яка дозволить розрахувати параметри такої перспективної конструкції резонатора.

Розглянемо нерегулярний граничний резонатор як об'єкт, який дозволяє вимірювати діелектричну проникність і тангенс кута діелектричних втрат атмосферного повітря. Резонатор складається з трьох частин: II – центральна частина у формі циліндра з довжиною L ; I і III – бокові частини, які звужуються але мають поперечні перерізи, подібні до перерізів центральної частини. Відстань від регулярної частини до частини, на якій розташовані позамежні перерізи, рівна L_{01} . Закон зміни перерізу з обох сторін центральної частини однаковий.

Для знаходження полів в такій структурі може бути використана методика, викладена в роботі [3]. Поле у хвилеводі розглядається у вигляді деяких рядів по власних електричних та магнітних векторних функціях:

$$\left. \begin{aligned} \vec{E} &= \sum_n e_n a_n \vec{\Psi}_{en}; \\ \vec{H} &= \sum_m h_m b_m \vec{\Psi}_{hm}, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

де $\vec{\Psi}_e$ і $\vec{\Psi}_h$ – власні електричні та магнітні векторні функції резонатора; e_n і h_m – амплітудні коефіцієнти розкладу; a_n і b_m – деякі урівноважувачі функції.

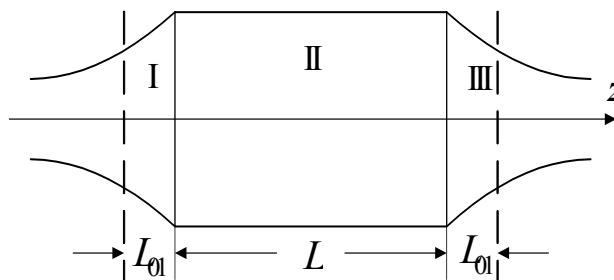


Рисунок 1 – Загальний вигляд відкритого резонатора складної форми

При цьому власні векторні функції резонатора, які описують повздовжні та поперечні компоненти поля, представлені за допомогою скалярних власних функцій. Скалярні функції, в свою чергу, задовольняють самоспряженому оператору, заданому на поперечному перерізі системи і відповідають граничним умовам на контурі цього перерізу. Амплітудні коефіцієнти розкладу знаходяться із системи хвилевідних рівнянь, яка в загальному випадку є безкінечною.

У загальному випадку ця задача є досить складною і не завжди може бути вирішеною строго. Але вона значно спрощується, якщо хвилевідна система описується за допомогою ортогональної або близької до неї системи координат. В цьому випадку власні скалярні функції знаходяться із рівняння

$$\Delta_{\perp} \Psi_{e,h} + \kappa_{e,h}^2 \Psi_{e,h} = 0, \quad (2)$$

де $\Psi_{e,h}$ – електрична (e) або магнітна (h) власна функція, відповідно; Δ_{\perp} – поперечний лапласіан, який задано в поперечних координатах; κ – власні значення даного оператора.

Система хвилевідних рівнянь при цьому зводиться до діагонального виду та розпадається на кінцеві системи для повздовжніх електричних та магнітних хвиль, котрі в підсумку дають лінійні диференціальні рівняння наступного виду:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 e}{dz^2} + \beta_e^2 e &= 0; \\ \frac{d^2 h}{dz^2} + \beta_h^2 h &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

де $\beta_{e,h}^2 = k^2 - \kappa_{e,h}^2$; $k = 2\pi/\lambda$ – хвильове число у вільному просторі; λ – довжина хвилі ЕМП у вільному просторі.

Вказані вище вимоги строго виконуються в частині II резонатора, так як поверхня цієї частини описується за допомогою циліндричних координат. Що стосується частин I і III резонатора, то, як вказано в [4,5], у випадку відносно повільної зміни поперечного перерізу циліндричного хвилевода рівняння для власних скалярних функцій і амплітудних коефіцієнтів можуть бути представлені у вигляді (2) і (3). Але у рівняннях для амплітудних коефіцієнтів повздовжнє хвильове число β буде функцією повздовжньої координати. Рівняння (2) і (3) мають праву частину, яка дорівнює нулю, так як резонатор не має збуджуючих елементів.

Розглянемо розв'язок рівнянь (2) і (3). Що стосується рівняння (2), то воно розв'язується з урахуванням граничних умов на межі поперечного перерізу резонатора та форми цього перерізу. Граничні умови мають такий вигляд:

для електричної власної функції

$$\Psi_e = 0, \quad (4)$$

для магнітної $\frac{\partial \Psi_h}{\partial n} = 0.$ (5)

У зв'язку з круговою формою поперечного перерізу скалярні функції будуть виражені через функції Бесселя.

Знайдемо розв'язок для рівняння (3) у загальному виді. Резонатор має три частини, умови розповсюдження електромагнітних хвиль в яких різні. Тому і рівняння (3) повинні бути розв'язані для кожної з цих частин а потім отримані розв'язки «зшиті» на їхніх границях.

В частині II резонатора хвильове число β буде величиною постійною, тому (3) розв'язується як звичайне однорідне лінійне диференціальне рівняння 2-го порядку з постійними коефіцієнтами.

В нашому випадку повздовжньою координатою буде змінна z , тому

$$f(z) = C_1 e^{j\beta z} + C_2 e^{-j\beta z}, \quad (6)$$

де $f(z)$ – це e або h , C_1 і C_2 – деякі константи [3].

В частинах I, III резонатора $\beta^2 = \beta^2(z)$, причому із зменшенням поперечного перерізу

$\beta^2(z) \rightarrow 0$, а потім стає від'ємним, тобто саме хвильове число $\beta(z)$ стає неявилим. Лінійні диференціальні рівняння другого порядку із змінними коефіцієнтами розв'язуються як відомо [6] лише в деяких випадках. В даному випадку можна знайти розв'язок за допомогою метода приєднаних рівнянь [7], котрий полягає в наступному.

В резонаторі із змінним поперечним перерізом $\beta^2(z)$ є змінною величиною, що графічно представлено на рис. 2. Вісь OZ криву $\beta^2 = \beta^2(z)$ перетинає на відстані L_{01} від регулярної частини резонатора. Ця точка відповідає критичному перерізу резонатора, розміри якого визначаються в кожному конкретному випадку і залежать від частоти ЕМП.

Відстані L_{01} , на яких величина $\beta^2(z)$ змінює свій знак, однакові з обох сторін частини з постійним поперечним перерізом, так як резонатор має симетричну конфігурацію.

Враховуючи, що зміна $\beta^2(z)$ в даному випадку відповідає поведінці монотонної функції, перейдемо від рівнянь (3) до приєданого рівняння [7, 8]:

$$\theta''(t) + I(t)\theta(t) = 0, \quad (7)$$

де $I(t)$ – функція, поведінка якої подібна до поведінки функції $\beta^2(z)$;

$$f(z) = \theta(t) / \sqrt{\frac{dt}{dz}}; \quad \frac{dt}{dz} = \sqrt{\frac{\beta^2(z)}{I(t)}}.$$

Функція $I(t)$ вибирається таким чином, щоб рівняння (7) мало розв'язок. Приєдане рівняння (7) стає рівнянням Ейрі

$$\theta''(t) + t\theta(t) = 0, \quad (8)$$

розв'язком якого є дві функції Ейрі $u(t)$ і $v(t)$. На ділянці I резонатора цей розв'язок має вид:

$$\theta(t^I) = C_3 u(t^I) + C_4 v(t^I), \quad (9)$$

в частині III резонатора:

$$\theta(t^{III}) = C_5 u(t^{III}) + C_6 v(t^{III}), \quad (10)$$

де C_3, C_4, C_5 і C_6 – деякі константи.

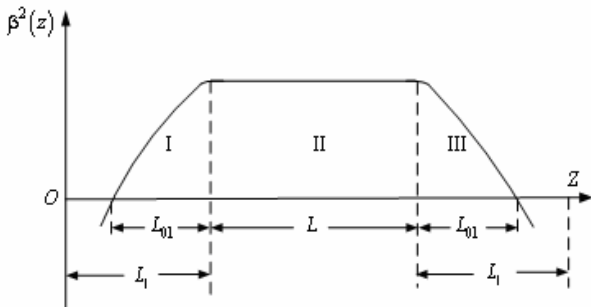


Рисунок 2 – Залежність величини поєздовжнього хвильового числа $\beta^2(z)$ резонатора зі змінним поперечним перерізом від осевої координати z

Переходячи до (3), отримаємо на ділянці I резонатора:

$$f(z) = \sqrt[4]{\frac{t^I(z)}{\beta^2(z)}} \left[C_3 u(t^I(z)) + C_4 v(t^I(z)) \right], \quad (11)$$

в частині III резонатора:

$$f(z) = \sqrt[4]{\frac{t^{III}(z)}{\beta^2(z)}} \left[C_5 u(t^{III}(z)) + C_6 v(t^{III}(z)) \right], \quad (12)$$

де $t^I(z) = -\left(\frac{3}{2} \int_{L_1-L_01}^z \beta^I(z) dz\right)^{\frac{2}{3}}$ в частині I

резонатора і $t^{III}(z) = -\left(\frac{3}{2} \int_{L_1+L_01}^z \beta^{III}(z) dz\right)^{\frac{2}{3}}$ в

частині III резонатора; L_1 – відстань від регулярної центральної частини II резонатора до перерізу торця резонатора (частина I або III), у якому повністю відсутнє розповсюдження енергії електромагнітного поля.

Функції $u(t)$ і $v(t)$ в частині, де $\beta^2(z) > 0$ або $t < 0$, описують коливальні процеси, які зсунуті по фазі один відносно одного. При $\beta^2(z) < 0$ або $t > 0$ функція $u(t)$ прямує до нескінченості, а $v(t)$ прямує до нуля. Оскільки за критичним перерізом

амплітуда електромагнітного поля повинна перетворюватися в нуль, то функція $u(t)$ не задовольняє фізичному змісту задачі і коефіцієнти $C_3 = C_5 = 0$. Отже в частині I резонатора

$$f(z) = \sqrt[4]{\frac{t^I(z)}{\beta^2(z)}} C_4 v(t^I(z)), \quad (13)$$

а в частині III резонатора

$$f(z) = \sqrt[4]{\frac{t^{III}(z)}{\beta^2(z)}} C_6 v(t^{III}(z)). \quad (14)$$

Для визначення коефіцієнтів C_1, C_2, C_4 і C_6 , що входять у вирази (6), (13), (14), необхідно прирівняти на границях між частинами I - II і II - III резонатора як самі розв'язки (6), (13), (14), так і їхні похідні по z . Ця умова приводить до чотирьох рівнянь з чотирма невідомими коефіцієнтами:

$$\left. \begin{aligned} f_I(z)|_{z=L_1} &= f_{II}(z)|_{z=L_1}; \\ f_{II}(z)|_{z=L+L_1} &= f_{III}(z)|_{z=L+L_1}; \\ \frac{df_I(z)}{dz}|_{z=L_1} &= \frac{df_{II}(z)}{dz}|_{z=L_1}; \\ \frac{df_{II}(z)}{dz}|_{z=L+L_1} &= \frac{df_{III}(z)}{dz}|_{z=L+L_1} \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

Перемножуючи отримані розв'язки рівнянь (2), (3) і підставляючи їхній добуток в (1), одержуємо розподіл полів у кожному конкретному випадку.

Таким чином, аналізуючи вказане вище, можна зробити такі висновки:

1) отримана можливість реалізації резонатора з відкритими торцями і при цьому виключено його вплив на зовнішнє середовище;

2) розглянута та вирішена задача про ЕМП в нерегулярних граничних резонаторах. Розв'язок задачі знайдений таким же способом, що й у звичайних резонаторах і хвилеводах, тобто за допомогою розв'язку рівняння Гельмгольца;

3) у результаті розв'язку рівняння Гельмгольца показано, що існують граничні перерізи нестационарних частин біконічного резонатора, за границі яких електромагнітна хвиля не розповсюджується.

Література

1. Мірошник О.О. Проблеми енергозабезпечення та енергозбереження в АПК України // Вісник Харківського національного технічного університету сільського господарства. – 2005. – 5 с.
2. Богородский В.В., Гаврило В.П., Недошивин О.А. Разрушение льда. Методы, технические средства. - Л.: Гидрометеиздат, 1983. - 232 с.
3. Гольдштейн Л.Д., Зернов Н.В. Электромагнитные поля и волны. - М.: Сов. радио, 1971. - 662 с.
4. Каценеленбаум Б.З. Высокочастотная электродинамика. - М.: Наука, 1966. – 240 с.
5. Коган Н.А., Машковцев Б.М., Цибизов К.Н. Сложные волноводные системы. - Л.: Судпромгиз, 1963. - 356 с.
6. Бугров Я.С., Никольский С.М. Дифференциальные уравнения. - М.: Наука, 1981. - 448 с.
7. Петрашень М.И. О полуклассических методах решения волнового уравнения // Ученые записки МГУ. Сер. Физическая. - М.: МГУ. - 1949. - Вып. 7. - С. 25 - 31.
8. Ластовка Е.Б., Пиротти Е.Л. Моделирование резонаторов с открытыми торцами для СВЧ установок сельскохозяйственного производства // Вестник Харьковского государственного политехнического университета. – 2000. – Вып. 106. - С. 35 - 38.