

ІМОВІРНІСТЬ ПРАВИЛЬНОГО ВИЗНАЧЕННЯ ЯКІСНОГО РІВНЯ ПРОДУКЦІЇ

©Бойко Т.Г., Бубела Т.З., Походило Є.В., 2006
Національний університет "Львівська політехніка"

Досліджено питання вірогідності визначення якісного рівня продукції, що базується на основі оцінки ризиків, які виникають в результаті неадекватного відображення якісного рівня виробу його параметрами та похибок вимірювання значень цих параметрів

Технічний стан виробу визначається сукупністю необхідних експлуатаційних характеристик, які кількісно виражені його параметрами. При цьому параметрична структура виробу визначається конструктивними рішеннями, властивостями і складом елементів. Ті, серед всієї сукупності параметрів, що використовуються під час оцінювання якісного рівня (ЯР), будемо трактувати як показники якості виробу. Якщо в результаті контролю показників якості виробу встановлена їх відповідність нормованим вимогам певного ЯР, то такий виріб визнається відповідним цьому ЯР.

Порівнюючи однотипні вироби, віднесені до того самого ЯР, можна припустити, що значення їх характеристик за окремим показником повинні мати незначний розкид. Тобто міжгрупова дисперсія [1] має бути неістотною. Однак, будь-який процес серійного виробництва супроводжується неточностями виготовлення і практично є неможливим отримати те саме значення параметра навіть у двох виробках. Технологічний процес виготовлення виробу супроводжується незалежними або пов'язаними, випадковими чи детермінованими впливними факторами, що є визначальними для отримання того чи іншого значення параметра. Дія цих факторів веде до певного розподілу виробничих похибок (відхилень фактичних значень параметрів від номінальних).

Відхилення значень окремого параметра можна трактувати як систематичні та випадкові відхилення. Перші можуть бути спричинені його конструктивними недоліками, систематичними похибками виготовлення чи зовнішніми впливними факторами. Їх можна виявляти і відповідно враховувати чи усувати. Випадкові складові, на відміну від систематичних, не можна ліквідувати конструктивно або через втручання у виробничий процес.

Незважаючи на вплив відхилень значень окремих параметрів, налагоджений серійний виробничий процес повинен забезпечувати випуск

виробів, що відповідають певному ЯР, причому з відомою імовірністю. Тобто, повинна бути відома вірогідність належності виробів до цього рівня. Контроль за ходом виробничого процесу повинен забезпечувати його регулювання для досягнення визначеного ЯР.

Будемо вважати, що якщо причини невідповідного характеру кількісно досліджені і визначена ймовірність випадкових змін, то такий процес виготовлення виробів є контрольованим і відповідно можна встановити вірогідність, з якою вироби, як результат цього процесу, будуть належати до певного ЯР.

Для визначення імовірнісних характеристик параметрів виробів в процесі їх виготовлення необхідно здійснювати статистичний аналіз розкиду їх значень. Сукупність випадкових значень параметрів, що визначають виріб як об'єкт контролю якості, повинна містити, по можливості, лише незалежні контрольовані параметри. Показники якості виробу, в свою чергу, повинні виражатися безпосередньо або функціонально через параметри виробу. Відповідно, кількісне оцінювання параметрів виробу виконується на основі імовірнісно-статистичного аналізу результатів їх контролю. Окрім цього визначається імовірність належності цього виробу до певно ЯР і до характеристик певного закону розподілу ймовірностей контрольованих параметрів. Параметрична структура виробу буде визначена, якщо через параметри можна керувати рівнем якості виробу з урахуванням характеристик їх розподілу.

Імовірність правильного визначення ЯР виробу, в свою чергу, дає можливість оцінити ступінь об'єктивності відображення результатів контролю, або іншими словами, оцінити вірогідність визначення ЯР.

Вірогідність віднесення виробу до певного ЯР визначається правильністю опису стану виробу контрольованими параметрами – назовемо це подією M і правильністю кількісного визначення ЯР виробу

за контрольованими параметрами – подія I . Події M та I є незалежними. Тому вірогідність процесу оцінювання ЯР визначається імовірністю сукупності подій M та I , а саме

$$V = P(M \cdot I) = P(M) \cdot P(I), \quad (1)$$

де $P(M)$ – імовірність правильного відображення ЯР виробу контрольованими параметрами, яку за аналогією з процесом контролю [2] можна назвати методичною складовою вірогідності (МСВ) – V_M ; а $P(I)$ – імовірність правильного оцінювання ЯР виробу за результатами контролю параметрів – відповідно інструментальна складова вірогідності (ІСВ) – V_I .

МСВ та ІСВ оцінювання ЯР можна виразити через відповідні ризики, застосувавши аналогію з процесом контролю. Так як вірогідність контролю базується на оцінці ризиків виробника та замовника [3], то можна ввести поняття кваліметричного ризику, який буде стосуватися суб'єктів, що є відповідно виконавцем і споживачем процесу оцінювання. Ризик того, що продукція з фактично вищим рівнем якості буде визнана менш якісною, будемо вважати ризиком постачальника (оцінювача), а ризик того, що продукція з нижчим рівнем якості буде визнана більш якісною – ризиком споживача.

Пропонується визначати їх оцінку на основі міркувань, викладених в [4]. Відповідно, МСВ можна виразити через ризики R_M так:

$$V_M = 1 - P(R_M) = 1 - \alpha_M - \beta_M, \quad (2)$$

де $P(R_M)$ – ймовірність того, що виріб визнаний за результатами контролю певного набору параметрів відповідним певному ЯР, фактично відповідає іншому рівню якості – вищому – ризик оцінювача α_M , або нижчому – ризик споживача β_M .

ІСВ оцінювання ЯР теж можна виразити через відповідні ризики R_I^N , перший з яких ризик оцінювача – будемо трактувати як помилки першого роду та ризик споживача – помилки другого роду [5], а саме:

$$V_I = 1 - P(R_I^1) - P(R_I^2) - \dots - P(R_I^N) - \dots - P(R_I^{K-1}) - P(R_I^K) = 1 - \sum_{N=1}^K \alpha_I^N - \sum_{N=1}^K \beta_I^N, \quad (3)$$

де K – кількість ЯР, серед яких I -тий рівень – найвищий; $P(R_I^N)$ – ймовірність того, що виріб віднесений під час контролю через похибки вимірювання до певного N -ного ЯР, фактично

відповідає іншому рівню якості – вищому – ризик оцінювача α_I^N , або нижчому – ризик споживача β_I^N .

Тоді вірогідність правильного оцінювання ЯР виробу буде мати вигляд

$$V = V_M V_I = [1 - P(R_M)] \times [1 - P(R_I^1) - P(R_I^2) - \dots - P(R_I^N) - \dots - P(R_I^{K-1}) - P(R_I^K)] = (1 - \alpha_M - \beta_M) (1 - \sum_{N=1}^K \alpha_I^N - \sum_{N=1}^K \beta_I^N). \quad (4)$$

Зупинимось детальніше на причинах, що ведуть до виникнення ризиків, які згідно з МСВ і ІСВ будемо називати методичною (МСП) та інструментальною складовою ризиків (ІСП).

Для визначення МСВ є важливим адекватне відображення стану ЯР виробу його параметрами. Джерелом МСП є те, що не всі параметри виробу доцільно враховувати під час оцінювання ЯР виробу, тобто не кожний параметр виробу може бути його показником якості. З іншого боку, не всі параметри, що визначають ЯР, можуть бути оцінені. Відповідно параметри виробу слід розділити на три групи: 1) параметри, що не визначають ЯР виробу і можуть бути оцінені кількісно $i = 1, 2, \dots, k'$; 2) параметри, що визначають ЯР виробу і можуть бути оцінені кількісно $i = k'+1, k'+2, \dots, k'+k''$; 3) параметри, що визначають ЯР виробу і не можуть бути оцінені $i = k'+k''+1, k'+k''+2, \dots, k'+k''+n$. Для того, щоби теоретично віднести виріб до певного ЯР, значення його параметрів $i = k'+1, k'+2, \dots, k'+k''+n$, що належать до другої і третьої груп, повинні знаходитись в межах відповідних інтервальних значень цього ЯР. Фактично виріб відноситься до свого ЯР на основі контролю значень параметрів $i = 1, 2, \dots, k'+k''$. Задамо межі цього ЯР для окремого показника у вигляді нерівності

$$-\Delta_H \leq \dot{\Delta} \leq \Delta_B, \quad (5)$$

де $\dot{\Delta}$ – випадкове відхилення значення параметра від його номінального значення для партії виробів; $-\Delta_H$ і Δ_B – межі відповідно нижня і верхня для цього ЯР. Тоді імовірність знаходження значення параметра у вказаних межах буде визначатись як інтеграл

$$\int_{-\Delta_H}^{\Delta_B} \varphi_i(\dot{\Delta}) d\dot{\Delta},$$

де $\varphi_i(\dot{\Delta})$ – густина розподілу ймовірностей значень контрольованого параметра, а імовірність виходу значень параметра за вказані межі

$$P_i = 1 - \int_{-\Delta_H}^{\Delta_B} \varphi_i(\Delta) d\Delta. \quad (6)$$

Імовірність виходу за межі інтервалу ЯР за всіма контрольованими параметрами буде виражена залежністю

$$P = 1 - \prod_{i=1}^k (1 - P_i), \quad (7)$$

де $k = k' + k''$ - кількість контрольованих параметрів.

Тоді МСР оцінювача α_M дорівнює імовірності виходу за межі інтервалу ЯР за першою групою контрольованих параметрів

$$\alpha_M = \left[1 - \prod_{i=1}^{k'} (1 - P_i) \right] \prod_{i=k'+1}^{k+n} (1 - P_i). \quad (8)$$

Другий множник у виразі враховує зменшення ризику оцінювача за рахунок того, що виріб дійсно є невідповідний за параметрами, які визначають його ЯР (при умові, що він відповідає своєму ЯР за всіма параметрами другої та третьої групи, цей множник дорівнює 1).

Методична складова ризику споживача β_M дорівнює імовірності теоретичного виходу виробу за межі ЯР за параметрами групи 3 при умові, що він відповідає своєму ЯР за всіма контрольованими параметрами (групи 1 та 2):

$$\beta_M = \left[1 - \prod_{i=k+1}^{k+n} (1 - P_i) \right] \prod_{i=1}^k (1 - P_i). \quad (9)$$

Якщо підставити вирази для α_M і β_M у формулу (2), МСВ буде мати вигляд:

$$V_M = 1 + 2 \prod_{i=1}^{k+n} (1 - P_i) - \prod_{i=k+1}^{k+n} (1 - P_i) - \prod_{i=1}^k (1 - P_i). \quad (10)$$

Для визначення ІСВ слід обмежитись тільки контрольованими параметрами, за якими виріб буде визнаний належним своєму якісному рівню, якщо за результатами контролю всі параметри $i = 1, 2, \dots, k$ будуть знаходитись в межах інтервалів свого ЯР. Якщо ж хоча би значення одного параметра вийде за встановлені для нього межі, то виріб слід віднести до наступного $(N+1)$ -го ЯР. Імовірність цієї події визначається формулою (6). Відповідно через похибки вимірювання значень контрольованих параметрів виріб може потрапити до наступного ЯР з імовірністю, що дорівнює ризику оцінювача α_1 , причому за результатами контролю лише одного параметра.

В свою чергу виріб може бути оцінено як належний своєму ЯР за результатами контролю

окремого параметра з імовірністю, що дорівнює ризику споживача β_1 .

За результатами контролю отримуємо таке співвідношення множин подій: $\{A\}$ - виріб, що визнано відповідним певному ЯР, фактично відповідає своєму рівню; $\{R_i\}$ - виріб, що визнано відповідним певному ЯР, фактично відповідає іншому (вищому або нижчому) рівню, де $\{A\}$ і $\{R_i\}$ множини подій, кількість яких відповідає кількості рівнів якості. Сума імовірностей цих подій

$$\begin{aligned} & P(A^I) + P(A^{II}) + \dots + P(A^N) + \dots + P(A^{K-1}) + P(A^K) + \\ & + P(R_1^I) + P(R_1^{II}) + \dots + P(R_1^N) + \dots + P(R_1^{K-1}) + P(R_1^K) = \end{aligned} \quad (11)$$

$$= \sum_{N=I}^K P(A^N) + \sum_{N=I}^K P(R^N) = \sum_{N=I}^K P(A^N) + \sum_{N=I}^K \alpha_i^N + \sum_{N=I}^K \beta_i^N = 1.$$

$$\text{Сума } \sum_{N=I}^K P(A^N) + \sum_{N=I}^K \alpha_i^N \text{ визначає подію,}$$

яка полягає в тому, що за дійсними значеннями своїх контрольованих параметрів всі вироби належать відповідним ЯР. Для окремого N -ного ЯР вказана подія виражається співвідношенням

$$P(A^N) + \alpha_i^N = 1 - P, \quad (12)$$

де імовірність P виходу за межі інтервалу N -ного ЯР за всіма контрольованими параметрами, виражена формулою (7).

З іншого боку імовірність належності своєму ЯР можна виразити, врахувавши імовірності невідповідностей за окремими параметрами P_i та їх ризиками α_i в такому вигляді:

$$P(A^N) = \prod_{i=1}^k (1 - P_i - \alpha_i). \quad (13)$$

З виразу (13) можна знайти значення ІСР для окремого N -ного ЯР, а саме:

$$\alpha_i^N = \prod_{i=1}^k (1 - P_i) - \prod_{i=1}^k (1 - P_i - \alpha_i). \quad (14)$$

Тоді для всіх ЯР інструментальна складова ризику оцінювача визначатиметься виразом

$$\sum_{N=I}^K \alpha_i^N = \sum_{N=I}^K \left[\prod_{i=1}^k (1 - P_i) \right]^N - \sum_{N=I}^K \left[\prod_{i=1}^k (1 - P_i - \alpha_i) \right]^N. \quad (15)$$

$$\text{Сума } \sum_{N=I}^K P(A^N) + \sum_{N=I}^K \beta_i^N \text{ визначає імовірність}$$

події, яка полягає в тому, що в результаті контролю вироби визнано належними відповідним ЯР. Для окремого N -ного ЯР вказана подія виражається співвідношенням

$$P(A^N) + \beta_I^N = \prod_{i=1}^k (1 - P_i - \alpha_i + \beta_i), \quad (16)$$

де β_i - ризик споживача за окремим параметром.

Підставивши вираз (13) в формулу (16), отримаємо

$$\beta_i^N = \prod_{i=1}^k (1 - P_i - \alpha_i + \beta_i) - \prod_{i=1}^k (1 - P_i - \alpha_i). \quad (17)$$

Тоді для всіх ЯР інструментальна складова ризику споживача визначається виразом

$$\sum_{N=1}^K \beta_i^N = \sum_{N=1}^K \left[\prod_{i=1}^k (1 - P_i - \alpha_i + \beta_i) \right]^N - \sum_{N=1}^K \left[\prod_{i=1}^k (1 - P_i - \alpha_i) \right]^N. \quad (18)$$

Підставивши значення інструментальних складових ризиків $\sum_{N=1}^K \alpha_i^N$ і $\sum_{N=1}^K \beta_i^N$ у формулу (3), отримаємо

$$V_i = 1 + 2 \sum_{N=1}^K \left[\prod_{i=1}^k (1 - P_i - \alpha_i) \right]^N - \sum_{N=1}^K \left[\prod_{i=1}^k (1 - P_i) \right]^N - \sum_{N=1}^K \left[\prod_{i=1}^k (1 - P_i - \alpha_i + \beta_i) \right]^N. \quad (19)$$

З врахуванням виразів (10) та (19) вірогідність правильного оцінювання ЯР виробу буде мати такий вигляд:

$$V = \left\{ 1 + 2 \prod_{i=1}^{k+n} (1 - P_i) - \prod_{i=k'+1}^{k+n} (1 - P_i) - \prod_{i=1}^k (1 - P_i) \right\} \times \left\{ 1 + 2 \sum_{N=1}^K \left[\prod_{i=1}^k (1 - P_i - \alpha_i) \right]^N - \sum_{N=1}^K \left[\prod_{i=1}^k (1 - P_i) \right]^N - \sum_{N=1}^K \left[\prod_{i=1}^k (1 - P_i - \alpha_i + \beta_i) \right]^N \right\}. \quad (20)$$

Очевидно, що МСВ оцінювання ЯР визначається правильним вибором контрольованих параметрів. З одного боку, вони повинні максимально широко описати якісні властивості виробу, а з іншого - вони повинні бути придатними для перевіряння і підтвердження відповідності цих властивостей. В нормативних документах на

продукцію (стандартах, технічних умовах) необхідно досягати оптимального поєднання цих двох вимог. Якщо немає надлишкових контрольованих параметрів та параметрів, що не контролюються, але є визначальними для ЯР виробу, то МСВ прямує до одиниці. Або, якщо результати контролю за надлишковими параметрами співпадають з результатами контролю основних параметрів, тоді вони лише доповнюють отриманий результат.

Оскільки ІСВ оцінювання ЯР базується лише на параметрах, що можуть бути оцінені кількісно чи якісно, то на їх номенклатуру також накладається серйозна вимога. А саме - перелік контрольованих параметрів повинен містити такі, що є визначальними для оцінювання ЯР виробів чи для порівняльної характеристики однотипних виробів. І, звичайно, для отримання високої ІСВ вирішальною є точність вимірювання значень параметрів, що забезпечується належними ЗВТ та їх відповідним метрологічним забезпеченням.

Підсумовуючи, можна сказати, що імовірність правильного визначення ЯР виробу з врахуванням формули (20) визначається як вибором контрольованих параметрів, так і помилками першого і другого роду, які супроводжують процес оцінювання.

1. Бойко Т.Г., Бубела Т.З., Столярчук П.Г. Оцінювання якісного рівня товару як імовірнісна задача // Методи та прилади контролю якості. – 2006, № 16. – С. 73-76.
2. Дунаев Б.Б. Точность измерений при контроле качества. – К: "Техніка", 1981.-320 с.
3. Бородачев Н.А. Основные вопросы теории точности производства. – М: Издательство АН СССР, 1950.-280 с.
4. Бойко Т.Г., Бубела Т.З., Походило Є.В. Аналіз складових вірогідності результатів оцінювання якісного рівня продукції // Наукові праці V Міжнародної науково-технічної конференції "Метрологія – 2006". – Харків, 2006. – С. 55-57.
5. Чистяков В.П. Курс теории вероятностей. – М: "Наука" Главная редакция физико-математической литературы, 1982.-480 с.