

1. Адамсон А. Физическая химия поверхностей. Пер с англ. / Под ред. З.Н. Зорина, В.М. Муллера – М.: Мир, 1979. – 568с. 2. Русанов А.И., Прохоров В.А. Межфазная тензиометрия. – СПб.: Химия, 1994. – 400с. 3. Кисиль И.С., Малько А.Г., Дранчук М.М. О точности измерения поверхностного натяжения по методу максимального давления в газовом пузырьке. // Журн. физ. химии. – 1981– Т.55, №2. – С.318–

326. 4. Кисиль И.С. Визначення поверхневого натягу рідин на основі вимірюючого максимального тиску в газовому меніску // Методи та прилади контролю якості, №1. – 1997. – С.50-55. 5. Брановицька С.А., Медведєв Р.Б., Фіалков Ю.А. Обчислювальна математика та програмування: Обчислювальна математика в хімії і хімічній технології / Підручник, – К.: "Політехніка", 2004. – 220с.

УДК 532.6+53.08

## РОЗРАХУНОК МАКСИМАЛЬНОГО ОБ'ЄМУ ВИСЯЧИХ КРАПЕЛЬ ПРИ ВИМІРЮВАННІ ПОВЕРХНЕВОГО НАТЯГУ СТАЛАГМОМЕТРИЧНИМ МЕТОДОМ

©Біліцук В. Б., Кісіль І. С., Малько О. Г.

Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу

**Розглянуто метод розрахунку максимального об'єму краплі, що відривається від ножового капіляра, шляхом розв'язування рівнянь капілярності, наведено результати розрахунку об'єму краплі**

Одним з методів вимірювання поверхневого натягу є сталагмометричний метод. В ньому вимірюється об'єм крапель, що відриваються від капіляра. Існує залежність значення поверхневого натягу від об'єму краплі, що відірвалася [1]:

$$\sigma = \frac{V \Delta \rho g}{F}, \quad (1)$$

де  $F = 0,14782 + 0,27846 \left( R/V^{1/3} \right) - 0,166 \left( R/V^{1/3} \right)^2$ ,

$V$  – об'єм однієї краплі,  $\Delta \rho$  – різниця густин досліджуваних фаз,  $R$  – радіус капіляра.

Інший метод визначення поверхневого натягу на основі об'єму краплі базується на числовому розв'язку рівнянь капілярності шляхом табулювання цієї функції при різних початкових даних.

Форма менісків висячих крапель описується такою системою капілярних рівнянь [2]:

$$\begin{cases} \frac{d\varphi}{dl_a} = K_a - \frac{\sin \varphi}{x_a} - z_a; \\ \frac{dx_a}{dl_a} = \cos \varphi; \\ \frac{dz_a}{dl_a} = \sin \varphi; \\ \frac{dV_a}{dl_a} = \pi \cdot x_a^2 \sin \varphi, \end{cases} \quad (2)$$

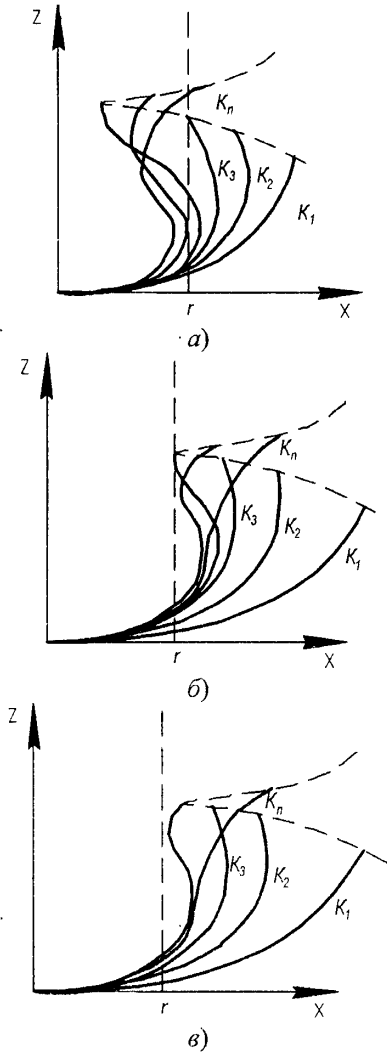
де  $l_a = l/a$ ,  $x_a = x/a$ ,  $z_a = z/a$ ,  $V_a = V/a^3$  – безрозмірні параметри краплі;  $a^2 = \sigma / \Delta \rho g$ ;  $x$ ,  $z$ ,  $V$ ,

$l$  – відповідно розмірні горизонтальна і вертикальна координати точки на поверхні висячої краплі, об'єм краплі від її вершини до горизонтальної площини, в якій знаходиться точка, і довжина дуги від вершини до точки.

Задаючись кривизною поверхні меніска в омбілічній точці, шляхом числового інтегрування методом Рунге-Кутта 4-го порядку рівнянь (2), можна побудувати серію менісків, що будуть описувати поверхню висячої краплі певного об'єму (рис.1), яка утворена із отвору капіляра радіусом  $r$ . Як видно з рис.1, а, б, в існують різні меніски з кривизною в омбілічній точці  $K$ . При малих об'ємах (рис.1, а) теоретично існує два меніски, що попадають верхнім кінцем на торець капіляра: один з меншою кривизною, другий з більшою — має "шийку". При певному критичному об'ємі (рис.1, б) існує тільки один меніск, що попадає верхнім кінцем на торець капіляра. При більших об'ємах (рис. 1, в) меніск своїм верхнім кінцем не попадає на торець капіляра, отже реальних крапель з таким об'ємом не існує.

Можна побудувати графік залежності певного параметра меніска згідно (2) при певному об'ємі краплі від іншого параметра. Приблизний вигляд графіків залежності координати  $X$  останньої точки меніска від кривизни в омбілічній точці при різних об'ємах показаний на рис. 1.

Якщо графік перетинає пряму  $r$ , то крапля такого об'єму існує. Випадок, коли графік «торкається» до прямої  $r$  відображає теоретично максимально можливий об'єм краплі.



а) — меніски крапель при малих об'ємах, б) — меніски крапель при критичних об'ємах, в) — меніски крапель при великих об'ємах

Рис. 1. Профілі менісків крапель при їх різних об'ємах

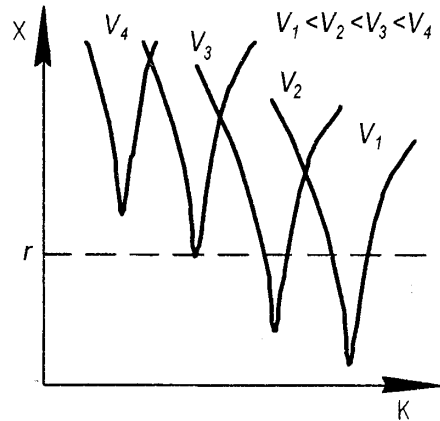


Рис. 2 Графіки залежності координати  $x$  кінцевої точки меніска від кривизни в облічній точці при різних об'ємах

Для розрахунку менісків була створена програма для ПЕОМ, головне вікно якої показано на рис. 3. Результати розрахунків наведені в табл. 1. На основі даних приведених в табл. 1, побудовані графіки залежності координати  $X$  від кривизни та об'єму краплі (рис. 4). Отже, як видно з приведених результатів, потрібно знайти такі параметри меніска (кривизна в облічній точці та об'єм), щоб графік «торкався» до прямої  $r$ , що відповідає максимально можливому об'єму краплі. Цю задачу пропонується розв'язати шляхом рекурсивного розв'язування рівняння (2), накладаючи умову — значення радіуса капіляра. В табл. 2 приведені результати розрахунків для різних значень приведенного радіуса капіляра  $r_a$ :

$$r_a = r/a, K_a = K \cdot a \quad (4)$$

Таблиця 1 – Результати розрахунку координат останньої точки меніска для різних значень кривизни

$Vr=30$			$Vr=40$			$Vr=50$		
$Ka$	$Xa$	$Za$	$Ka$	$Xa$	$Za$	$Ka$	$Xa$	$Za$
3	0,7329	0,9327	3	0,7058	1,158	3	0,6475	1,415
3,1	0,6947	0,9761	3,1	0,6409	1,237	3,1	0,5376	1,575
3,2	0,6504	1,026	3,2	0,5541	1,346	3,2	0,401	1,888
3,3	0,5966	1,0878	3,3	0,4219	1,531	3,224	0,3888	2,004
3,4	0,5258	1,168	3,378	0,3082	1,867	3,3	0,4915	2,324
3,5	0,4173	1,295	3,4	0,3267	1,993	3,4	0,666	2,5
3,6	0,2265	1,664	3,5	0,5284	2,283	3,5	0,7712	2,56
3,602	0,2259	1,679	3,6	0,6506	2,365	3,6	0,8276	2,579
3,7	0,4343	2,045	3,7	0,7159	2,391	3,7	0,8534	2,582
3,8	0,5522	2,125	3,8	0,7489	2,398	3,8	0,8594	2,58
3,9	0,6123	2,151	3,9	0,7619	2,398	3,9	0,8513	2,578

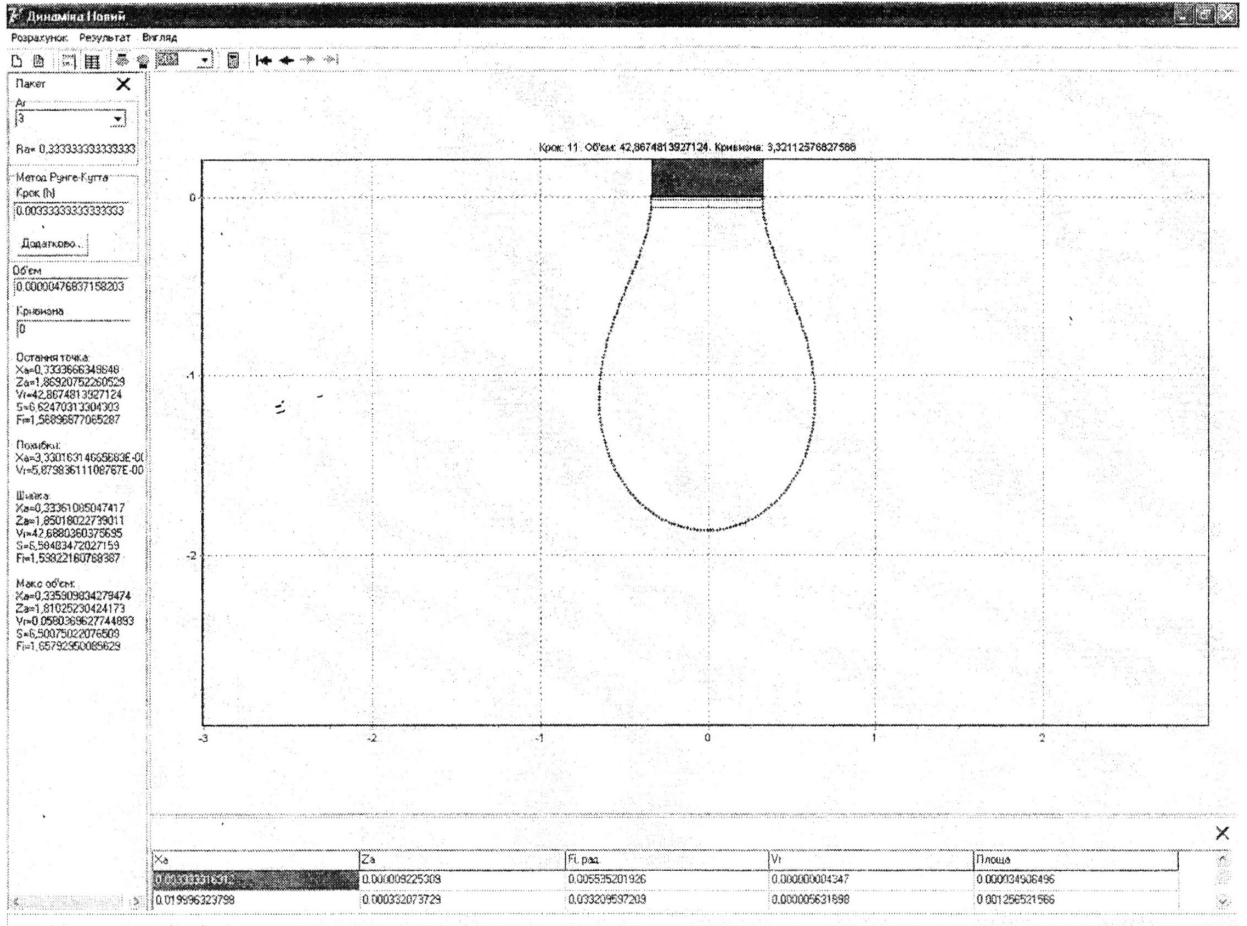


Рис.3 Вікно програми для розрахунку менісків

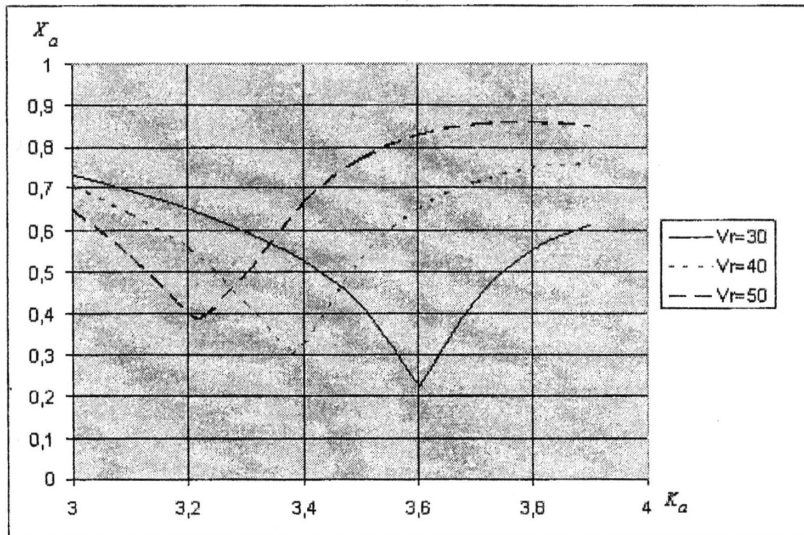


Рис. 4 Графіки залежності координати  $X_a$  кінцевої точки меніска від кривизни на основі даних табл. 1

Таблиця 2 – Результати обчислення максимального об'єму для капілярів різних радіусів

Приведений радіус капіляра $Ra$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	1	2
Приведений об'єм краплі $Vr$	531,19	124,22	55,56	29,42	18,57	5,09	1,60
Приведений об'єм краплі нижче «шийки» $Vr_n$	—	124,10	55,41	29,28	18,54	2,88	—
Прогнозований приведений мінімальний об'єм краплі, що відривається від капіляра $Vr_{min}$	—	—	55,41	28,65	17,65	3,52	0,58

З іншого боку в [3] пропонується визначити вагу краплі, що відірвалася від капіляра, за наступним виразом:

$$W = \sigma \cdot r / F, \quad (5)$$

де  $W$  — вага краплі  $W = \rho g V$ ,  $r$  — радіус капіляра,  $F$  — визначений експериментально поправочний коефіцієнт, що залежить від радіуса капіляра та об'єму краплі нижче «шийки» ([3] поданий у вигляді таблиці). Перепишемо (5) таким чином:

$$\rho g V = \sigma \cdot r / F. \quad (6)$$

Поділивши (6) на  $\rho g$  та  $a^2$ , отримаємо наступне рівняння для визначення об'єму краплі, що відірветься від капіляра:

$$V_a = r_a / F. \quad (7)$$

Сила поверхневого натягу діє вздовж поверхні краплі (рис. 5). В довільній точці її можна розкласти на дві складові. Одна складова  $\sigma_y$  — підтримує краплю, інша  $\sigma_x$  — її деформує. З врахуванням цього вираз (7) для довільної точки переписується наступною нерівністю:

$$V_{ai} \geq \frac{x_{ai} \cdot \cos(\varphi_i - 90^\circ)}{F}, \quad (8)$$

де  $V_{ai}$ ,  $x_{ai}$  — значення приведенного об'єму та радіуса краплі в  $i$ -й точці, що отримані в результаті числового розв'язку рівняння (2). Якщо нерівність (8) справджується, то можна говорити про відрив краплі від капіляра. Мінімальний об'єм краплі визначається нерівністю (8). Пораховані об'єми краплі нижче шийки та згідно нерівності (8) наведені в табл. 2.

Слід зазначити, що експериментальні дані будуть відрізнятися від теоретичних. Різні флуктуаційні процеси, що відбуваються в рідині, можуть призводити до передчасного відриву краплі від капіляра. В процесі відриву краплі між нею та рідиною, що залишається на капілярі, утворюється тонка «шийка» рідини. Частина рідини в «шийці» перетікає в краплю, частина в рідину, що

залишається на капілярі, а частина утворює декілька дрібних крапель, що падають разом з основною краплею. Ці процеси не відбуваються кожного разу однаково. Розглядаючи результати, приведені в табл. 2, можна сказати, що об'єм краплі буде близьким до об'єму краплі нижче шийки. Для капілярів великого радіусу ситуація буде відрізнятися. У цих випадках розрив краплі буде відбуватись вище шийки, як це видно у двох останніх колонках табл. 2.

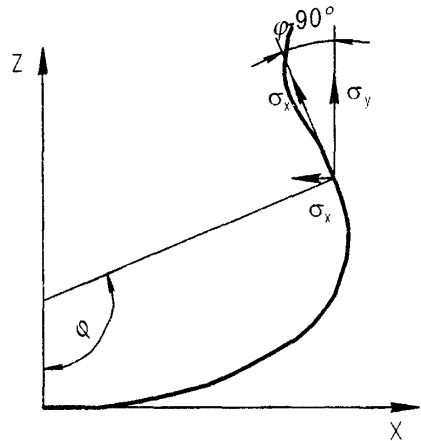


Рис. 5 – Дія сили поверхневого натягу в певній точці на поверхні краплі

1. Кісіль І. С., Біліщук В. Б., Пронін Л.

Методика дослідження динамічного поверхневого натягу методом об'єму краплі // Методи та прилади контролю якості № 16, 2006. – с 95–97. 2. Русинов А. И., Прохоров В. А., Межфазная тензиометрия СПб: Химия, 1994. – 400 с. 3. Padday J. F. The measurement of surface tension, J Colloid Sci., 15, 503 (1960).