

УДК 622.692.4

## МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ НАПРУЖЕНО- ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ДІЛЯНОК ТРУБОПРОВОДУ З ОПТИМІЗАЦІЄЮ ПРОЦЕДУРИ ЗГЛАДЖУВАННЯ ПОЧАТКОВИХ ДАНИХ

© Мартинюк Х.В., Олійник А.П., 2005

Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу

*Розглянуто модель процесу деформування і оцінки напруженого стану ділянки трубопроводу, побудовано алгоритм оптимального вибору параметрів згладжування вимірних координат точок поверхні трубопроводу. Проведено розрахунки реальної ділянки трубопроводу, а також порівняння результатів вимірювань напружень експериментальним шляхом з результатами розрахунків. Виявлено добре узгодження результатів, представлено приклади застосування методики для згладжування даних*

При вирішенні багатьох задач технічної діагностики трубопровідних систем необхідно визначити значення певних фізико-механічних полів в досліджуваній області за відомими значеннями цих полів на дискретній множині точок цієї області. Зокрема, значення компонент тензора напружень можуть бути визначені з використанням методів різної фізичної природи, в основу яких покладено ефект взаємодії та залежності між напруженнями та іншими фізичними величинами (часом поширення ультразвукових хвиль, переміщеннями точок поверхні тощо). Для обробки результатів експериментального дослідження переміщень використовуються різні інтерполяційні та апроксимаційні процедури, серед яких важливе місце посідає інтерполяція кубічними сплайнами, для яких розроблено алгоритми побудови [1, 2]. Питання оцінки точності інтерполяції кубічними сплайнами досліджувались багатьма авторами, результатом цих досліджень став висновок про те, що вирішальне значення при оцінці точності інтерполяції відіграє точність задання умов в вузлах інтерполяції, яка лінійно впливає на абсолютну похибку інтерполяційної процедури [3]. Задачі технічної діагностики характеризуються недостатньою точністю визначення початкових даних, оскільки проведені виміри супроводжуються похибками різної природи: недосконалістю обладнання, методик вимірів, якістю робіт тощо.

Нехай  $(x_i, y_i)$  – координати вузлових точок, причому  $x_i$  – координата точки на відрізку інтерполяції,  $y_i$  – значення відповідного фізико-механічного поля в даній точці. Частково вказана проблема вирішується шляхом використання згла-

джуючого інтерполяційного кубічного сплайну, який на відрізку інтерполяції  $[a, b]$  мінімізує на класі двічі неперервно диференційованих функцій, інтегрованих з квадратом, наступний функціонал [1]:

$$\Phi(u) = \int_a^b [u''(x)]^2 dx + \sum_{k=1}^N p_k [u(x_k) - y_k]^2, \quad (1)$$

де  $p_k$  – деякі додатні числа, які називаються ваговими коефіцієнтами;  $u(x)$  – функція, що апроксимує дискретно задану функцію  $(x_i, y_i)$ ;  $N$  – число вузлів інтерполяції.

Чим більші значення  $p_k$ , тим точніше виконуються умови інтерполяції, які можна сформулювати у вигляді:

$$u(x) = y_i; \quad i = 1, \dots, N. \quad (2)$$

Визначення значень  $p_k$ , які відповідають реальній фізичній картині процесу, є самостійною науково-технічною задачею. Існують методи [4], коли за умови, що відомою є точність вимірювання значень  $y_i$ , згладжування кривої проводиться до тих пір, поки не будуть виконуватись умови для згладжуючого сплайну на  $j$ -ому кроці ітераційної процедури:

$$|u^{(j)}(x_i) - y_i| < \varepsilon, \quad i = 1, \dots, N, \quad (3)$$

де  $j$  – номер кроку ітераційної процедури;  $\varepsilon$  – точність, з якою вимірюються координати  $y_i$ .

Умова (3) встановлює, що відхилення апроксимаційної кривої від вимірних координат не повинно

перевищувати точність вимірювання координат. Якщо на деякому кроці ітераційного процесу умова (3) не виконується, значення вагового коефіцієнта на новому кроці ітераційної процедури визначаються за такою формулою [4]:

$$p_i^{(j+1)} = p_i^{(j)} \cdot \frac{|u^{(j)}(x_i) - y_i|}{\varepsilon} = p_i^{(j)} \cdot \delta_j \quad (4)$$

Вказаний підхід широко використовується в задачах технічної діагностики, проте не завжди величина  $\varepsilon$  може бути заданою. Збіжність ітераційної процедури (4) гарантується виконанням такої умови:

$$\delta_j = \frac{|u^{(j)}(x_i) - y_i|}{\varepsilon} \rightarrow 1, \quad (5)$$

що означає виконання умови стискуваності відображення, яке задає ітераційний процес (4). В реальних задачах технічної діагностики трубопровідних систем важливою проблемою є розробка методики вибору коефіцієнтів  $p_k$  в (1) та визначення точності  $\varepsilon$ , з якою проводяться вимірювання величин  $(x_i, y_i)$ . Як правило, величина  $\varepsilon$  може бути відомою як технічна характеристика вимірювального приладу, проте в умовах реального об'єкту актуальне значення величини  $\varepsilon_a$  може бути прийнятим в якості невідомої величини, початковим наближенням якої можна розглядати величину  $\varepsilon$ . Пропонується наступний алгоритм визначення величини  $\varepsilon_a$ . Нехай у два моменти часу – контрольний та початковий – задано координати деякої множини точок на осі магістрального трубопроводу  $(x_i; y_i; z_i)$ . Використовуючи ці дані, можна одержати подання радіус-вектора кожної точки трубопроводу як функцію пов'язаних з трубою компонент локальної системи координат  $(s, \varphi, r)$  [5]:

$$\vec{r}(s, \varphi, r, t) = \rho(s, \varphi, r, t) [\cos(\varpi(s, \varphi, r, t)) \cdot \vec{b}_a + \sin(\varpi(s, \varphi, r, t)) \cdot \vec{n}_a] + \psi(s, \varphi, r, t) \cdot \vec{\tau}_a + \vec{r}_a \quad (6)$$

де  $\vec{r}_a$  – радіус вектор точки на осі трубопроводу;  $\vec{n}_a, \vec{b}_a, \vec{\tau}_a$  – нормаль, бінормаль і дотична до осі трубопроводу;  $\rho(s, \varphi, r, t), \varpi(s, \varphi, r, t), \psi(s, \varphi, r, t)$  –

функції, що характеризують тривимірні деформації ділянки;  $s$  – довжина дуги по осі трубопроводу:  $0 \leq s \leq L$ ;  $\varphi$  – полярний кут:  $0 \leq \varphi \leq 2\pi$ ;  $r$  – полярний радіус:  $r_1 \leq r \leq r_2$ ;  $L$  – довжина ділянки;  $r_1$  та  $r_2$  – відповідно внутрішній та зовнішній радіус ділянки.

Задаючи функції  $\rho(s, \varphi, r, t)$ ,  $\varpi(s, \varphi, r, t)$ ,  $\psi(s, \varphi, r, t)$  або визначаючи їх шляхом реалізації методу найменших нев'язок рівнянь рівноваги [6], використовуючи закон руху (6) можна визначити шість компонент тензорів деформації та напружень. На результат обчислення напружень суттєво впливає точність подання радіус-вектора осі трубопроводу за відомими координатами точок  $(x_i, y_i, z_i)$ . Дана інформація одержується з деякою похибкою  $\varepsilon_a$ .

Нехай в результаті проведення експериментальних досліджень відомі деякі з компонент тензора напружень (як правило, сучасні експериментальні методики дозволяють визначати компоненти двохосевих напружень)  $\sigma_{ij}$ . Проводячи згладжування експериментальних даних  $(x_i; y_i; z_i)$  для різних значень точності  $\varepsilon_a = \varepsilon_a^i$ , одержуються різні форми аналогічного подання лінійної осі трубопроводу  $\vec{r}_a^{(i)}$ , за якими обчислюються компоненти тензора напружень  $\sigma_{ij}^{(i)}$ , зокрема ті його компоненти, які відповідають експериментально визначеним значенням  $\sigma_{ij}$ . Для цього систему координат  $(s, \varphi, r)$  необхідно вибрати таким чином, щоб значення  $\sigma_{ij}$  вимірювались експериментально в точках розрахункової сітки  $(s_k, \varphi_k, r_k)$ . Для різних значень  $\sigma_{ij}^{(i)}$  та  $\sigma_{ij}$  знаходяться величини коефіцієнта кореляції  $R_i$  між величинами  $h_i(s) = \sigma_{ij}^{(i)}(s, \varphi_k, r_k)$  та  $g(s) = \sigma_{ij}(s, \varphi_k, r_k)$ :

$$R_i = \frac{N \sum_{\alpha=1}^N h_i(s_\alpha) \cdot g(s_\alpha) - \sum_{\alpha=1}^N h_i(s_\alpha) \cdot \sum_{\alpha=1}^N g(s_\alpha)}{\sqrt{[N \sum_{\alpha=1}^N h_i^2(s_\alpha) - (\sum_{\alpha=1}^N h_i(s_\alpha))^2][N \sum_{\alpha=1}^N g^2(s_\alpha) - (\sum_{\alpha=1}^N g(s_\alpha))^2]}} \quad (7)$$

де  $N$  – кількість точок, в яких проводиться вимірювання напружень.

Для визначення реальної точності вимірювання експериментальних даних  $\varepsilon_a$  вибирається те значення  $\varepsilon_a = \varepsilon_a^*$ , для якого

$$R^* = \max R_l. \quad (8)$$

У випадку, коли вимірювання напружень  $\sigma_{ij}$  проводиться також з певним рівнем похибки  $\delta_a$ , проводиться згладжування даних  $\sigma_{ij}$  при різних  $\delta_a = \delta_a^{(m)}$ , при цьому одержуються згладжені значення напружень  $\sigma_{ij(m)}$  і коефіцієнт кореляції обчислюється за формулою (7) з урахуванням таких співвідношень:

$$h_i(s) = \sigma_{ij}^{(i)}(s, \varphi_k, r_k); g_m(s) = \sigma_{ij(m)}(s, \varphi_k, r_k). \quad (9)$$

При цьому визначаються коефіцієнти кореляції  $R_{im}$ , а критерій (8) записується у вигляді

$$R^* = \max R_{im}. \quad (10)$$

Для оптимізації функцій (8) та (10) використовують алгоритми знаходження екстремуму таблично

заданих функцій без використання похідних [2].

Знайдені таким чином значення  $\varepsilon_a^*$ ,  $\delta_a^*$  можуть бути використані як критерій точності вимірювання для згладжування експериментальних даних за методикою (1), (4) в усіх випадках, коли вимірювання початкових даних задачі проводяться аналогічними експериментальними методами. На рис. 1 та 2 подано графіки експериментально визначених та розрахункових повздовжніх напружень для ділянки трубопроводу, що проведені при різних режимах експлуатації, які показують значний рівень кореляції між визначеними та теоретично розрахованими напруженнями. Максимальні значення коефіцієнтів кореляції складають відповідно 0,97 при тиску 6,75 МПа та 0,94 при тиску 6,87 МПа з похибкою 0,07. Використання при згладжуванні вимірних координат ділянки іншого трубопроводу рівнів точності  $\varepsilon_a = \varepsilon_a^*$  вимірювання координат точок осі трубопроводу, визначених для вказаної ділянки, призводить до того, що згладжені значення координат краще відповідають реальній фізичній картині процесу деформування ділянки (рис. 3).

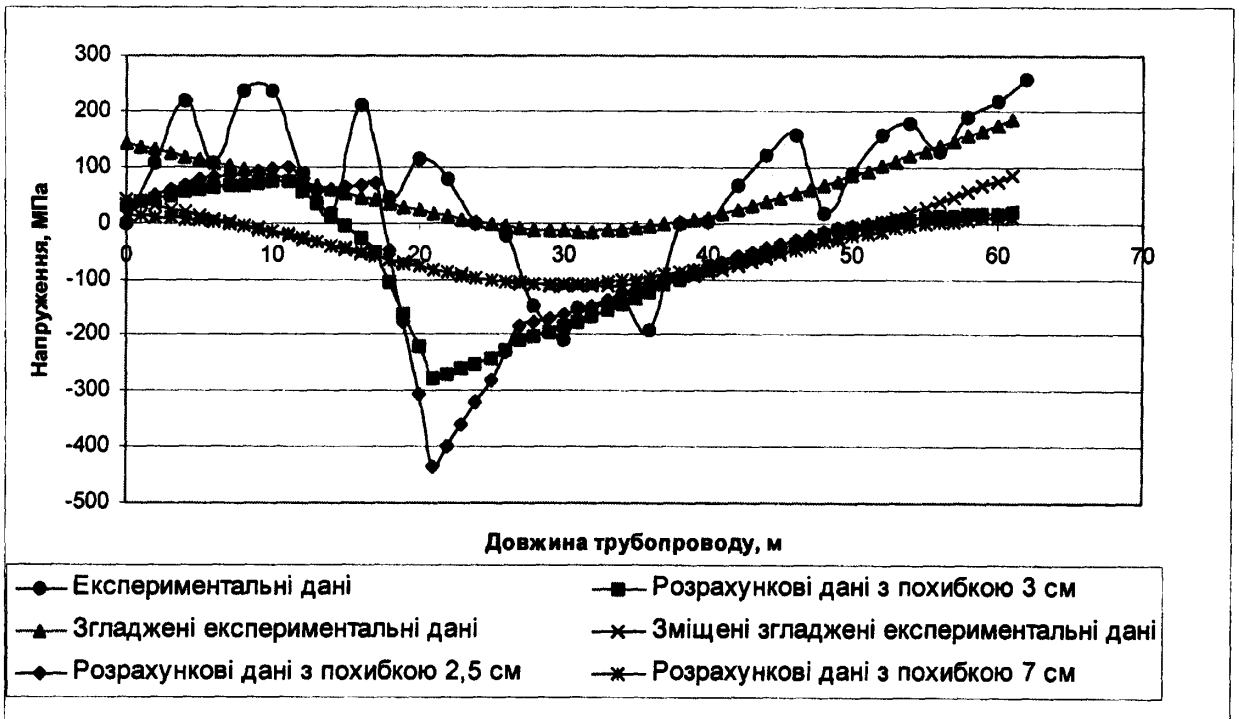


Рис. 1. Графіки експериментально визначених та розрахункових повздовжніх напружень для ділянки трубопроводу при тиску 6,75 МПа

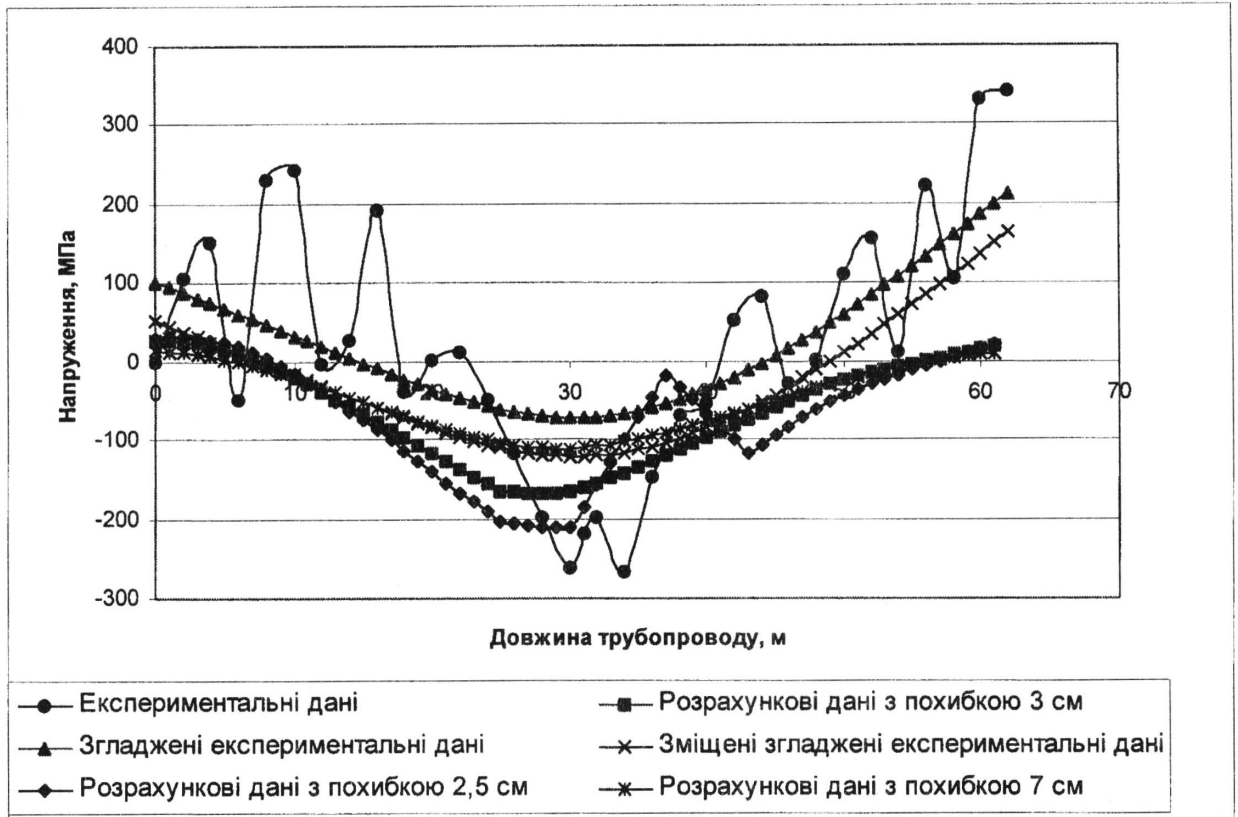


Рис. 2. Графіки експериментально визначених та розрахункових повздовжніх напружень для ділянки трубопроводу при тиску 6,87 МПа

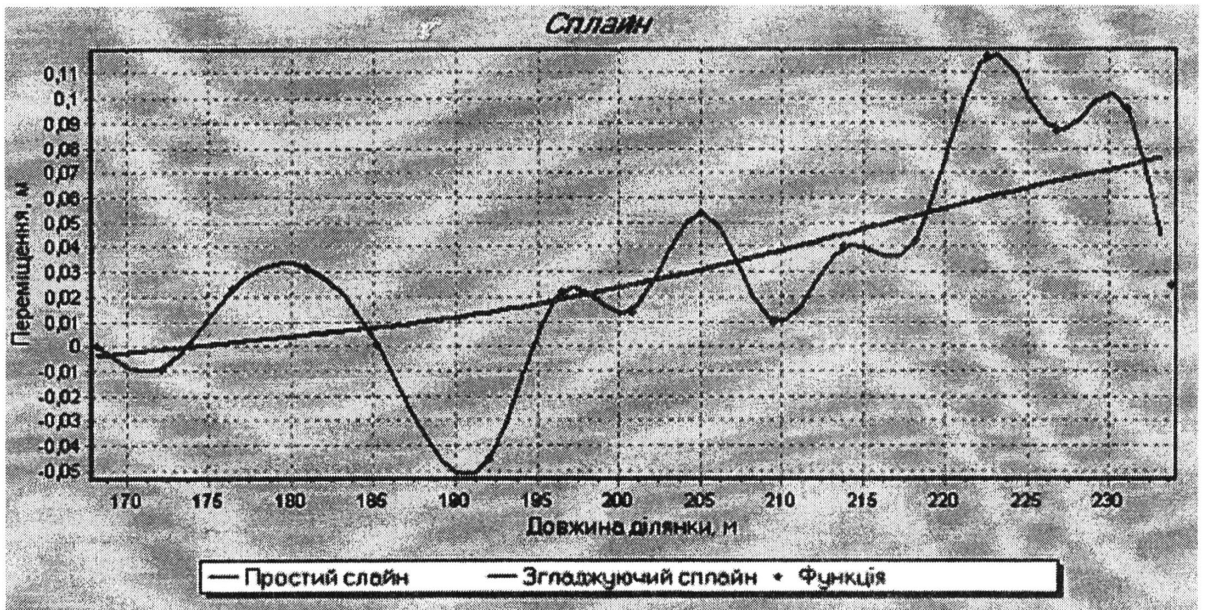


Рис. 3. Графіки експериментально визначених та одержаних в результаті згладжування даних вертикальних переміщень газопроводу Долина-Ужгород-Державний кордон II з похибкою 0,07

Подальші дослідження можуть бути пов'язані з використанням більш складних моделей процесу деформування ділянки, з дослідженням впливу величин  $\varepsilon_a$ ,  $\delta_a$  на величини розрахункових напружень та дослідженнями рівнів кореляції між експериментально визначеними та теоретично обрахованими значеннями напружень.

1. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. – М.: Наука, 1989. – 608 с. 2. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. – М.: Наука, 1989. – 432 с. 3. Вершинин В.В., Завьянов Ю.С., Павлов Н.Н. Экстремальные свойства сплайнов и задача сглаживания. – Новосибирск, Наука, 1988. – 102 с. 4. Перун И.В. Магистральные трубопроводы в горных

условиях – М.: Наука, 1987. – 175 с. 5. Замиховський Л.М., Олійник А.П. Математичне забезпечення системи контролю технічного стану трубопровідних систем з використанням інформації про зміну їх просторової конфігурації. // Фізичні методи та засоби контролю середовищ, матеріалів та виробів (серія), вип. 10: Акустичні та електромагнітні методи неруйнівного контролю матеріалів та виробів: Зб. наук. праць. – Львів, Фізико-механічний інститут ім. Г.В. Корпенка НАН України, 2005. – С.166 - 170. 6. Олійник А.П. Математичне моделювання процесу деформування ділянки трубопроводу з урахуванням зміни форми перерізу. // Науковий вісник ІФНТУНГ, № 3 (9), 2004. – С.153 - 156.

УДК 620.179.17

## ДІАГРАМИ СПРЯМОВАНOSTІ П'ЄЗОЕЛЕКТРИЧНИХ ПЕРЕТВОРЮВАЧІВ ДОВІЛЬНОЇ ФОРМИ

© Карпаш О. М., 2005

Івано-Франківський Національний університет нафти і газу

© Луценко Г. Г., Галаненко В. Б., 2005

Науково-виробниче підприємство "Ультракон-Сервіс", м. Київ

**Запропоновано спосіб обчислення діаграм спрямованості п'єзоелектричних перетворювачів з апертурою довільної форми, що випромінюють в пружне ізотропне середовище хвилі стискання і хвилі зсуву. Спосіб базується на використанні нової інтегральної формули для поля пружних хвиль в пружному півпросторі**

Проектування акустичних систем неруйнівного контролю, розробка методик промислового використання п'єзоелектричних перетворювачів (ПЕП) в значній мірі ґрунтуються на уявленнях про просторовий розподіл амплітуд ультразвукових сигналів. У зв'язку з необхідністю удосконалення акустичних систем контролю, підвищення їх надійності і ефективності зростає інтерес до точних кількісних даних відносно просторової структури полів пружних хвиль, що випромінюються п'єзоелектричними перетворювачами. Типовою для багатьох прикладів застосування цих перетворювачів є ситуація, коли частина зони контролю належить ближній акустичній зоні перетворювача, а інша частина – дальній зоні. Дослідженню пружних полів в найбільш складній для проведення обчислень ближній зоні присвячені роботи [1-3]. Дослідження полів в дальній зоні, де основною характеристикою є діаграми спрямованості, є більш традиційним, і дані про спрямованість є більш поширеними [4]. Проте ці дані не є повними, оскільки не можуть охопити всі можливі варіанти

форм апертури перетворювача. Крім того, багато прийомів розрахунку є наближеними і не враховують специфіку випромінювання ультразвуку в пружне середовище. Типовим наближенням є заміна твердого пружного середовища рідиною із відповідно зміненою швидкістю поширення ультразвукових хвиль. Для хвиль стискання такий підхід не призводить у багатьох випадках до суттєвих помилок, але щодо прямих випромінювачів хвиль зсуву такі помилки можливі і застосування цього наближеного прийому потребує більшої обережності.

Мета даної роботи полягає в тому, щоб обґрунтувати метод обчислення діаграм спрямованості випромінювачів як хвиль стискання, так і хвиль зсуву, який би використовував якнайменше припущень. Ми будемо розглядати середовище як тверде пружне, а припущення будуть стосуватись лише механізму взаємодії п'єзоелектричного перетворювача з пружним середовищем. Наслідуючи багатьох інших авторів [5,6], апроксимуємо дію перетворювача на середовище розподілом зусиль, нормальних або тан-