

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ В ЗАДАЧАХ НЕРУЙНІВНОГО КОНТРОЛЮ

УДК 514.862

DOI: 10.31471/1993-9981-2022-2(49)-89-94

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ ДЕФОРМУВАННЯ ТРУБОПРОВОДІВ, ЩО ЕКСПЛУАТУЮТЬСЯ В ПІДЗЕМНОМУ ТА НАДЗЕМНОМУ РЕЖИМАХ

А. П. Олійник, Л. І. Фешанич, М. Ю. Чернишов

*Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу; 76019, м. Івано-Франківськ,
вул. Карпатська, 15; e-mail: pta@nung.edu.ua*

В процесі тривалої експлуатації деформації перерізів є характерним як для наземних, так і для підземних ділянок трубопроводів різного призначення. В статті розглянуто питання математичного моделювання процесу деформування трубопроводів, по яких здійснюється транспортування газорідних сумішей з агресивними компонентами. Побудовано моделі процесу деформування трубопроводу за відомими переміщеннями певної множини точок поверхні. При побудові моделі процесу деформування не використовується інформація про характер та тривалість зусиль та навантажень, що діють на трубопровід. Побудовано закон руху трубопроводу з урахуванням деформації перерізів в трьох напрямках. Реалізовано математичну модель процесу обтікання деформованих перерізів трубопроводу з метою оцінки залежності аеродинамічних характеристик перерізів від їх просторової конфігурації. При цьому використовується апарат інтегральних рівнянь Фредгольма II роду. За створеними на основі вказаних моделей обчислювальними алгоритмами проведено розрахунки напруженого стану трубопроводів та аеродинамічних характеристик деформованих перерізів. Наведено аналіз результатів розрахунків – інтенсивності напружень та залежностей аеродинамічних характеристик від ступеня еліптичності перерізу та кута атаки деформованого перерізу. Виявлено, що при вивченні напружено-деформованого стану необхідно враховувати аеродинамічні сили та моменти, що виникають при деформуванні перерізів. Розглянуто випадок, коли внаслідок деформування переріз набуває еліптичної конфігурації, що характерно для діючих ділянок трубопроводів. Визначено напрямки подальших досліджень – моделювання течії в трубопроводі, що транспортує газорідні суміші з агресивними компонентами з наявності зон із потенційною втратою герметичності внаслідок зміни напружено-деформованого стану та виявлення поширення шкідливих речовин в зоні, що оточує трубопровід при його розгерметизації, вивчення процесу деформування нееліптичних профілів.

Ключові слова: напружений стан, трубопровід, аеродинамічні характеристики, деформація перерізів, еліптичність.

In the process of long-term exploitation the section's deformations are inherent both for evaluated and underground sections different purposes pipelines. The article deals with the problems of pipelines deformation process mathematical modeling through which the transport of gas-liquid mixtures with aggressive components is carried out. Models of the pipeline deformation process by known displacements of a certain set of points of a surface are constructed. The construction of the deformation process model does not use information about the nature and duration of the forces and loads acting on the pipeline. The law of pipeline motion was constructed taking into account the deformation of sections in three directions. A mathematical model of the process of flow around deformed sections of the pipeline is implemented in order to evaluate the dependence of the aerodynamic characteristics of the sections on their spatial configuration. The apparatus of Fredholm integral equations of the second kind is used. According to the computational algorithms created on the basis of the mentioned models, the stresses of the pipelines and the aerodynamic characteristics of the deformed sections were calculated. The analysis of the results of calculations - the intensity of stresses and dependencies of aerodynamic characteristics on the degree of ellipticity of the section and the angle of attack of the deformed section is presented. It was discovered that during over-ground section's stress-strained state control it is very important take into attention the value of aerodynamics loadings and momentums. It was considered the situation when after deformation the section has received the elliptical configurations, which are inherent for the real pipelines. Directions for further research are identified- modeling of

flow in a pipeline that transports gas-liquid mixtures with aggressive components due to the presence of zones with a potential loss of tightness due to a change in the stress-strain state and detection of the spread of harmful substances in the zone surrounding the pipeline when it is depressurized, studying deformed cross sections of a non-elliptical configuration.

Key words: stress state, pipeline, aerodynamic characteristics, section deformation, ellipticity.

Вступ

Дослідження технічного стану трубопроводів, по яких транспортуються газорідні суміші з агресивними компонентами є важливою науково-технічною проблемою, вирішення якої дозволяє проводити ідентифікацію потенційно небезпечних ділянок. Зокрема, вивчення напружено-деформованого стану дозволяє виявити ті зони, в яких можливим є втрата суцільності матеріалу трубопроводу, і, як наслідок, викиди хімічно агресивних речовин, що транспортуються. При цьому необхідно враховувати весь комплекс факторів силового впливу, що діють на трубопровід. Вказана проблема досліджувалась багатьма авторами [1,3,4], проте в цих роботах приймається та чи інша модель процесу деформування та напруженого стану без

урахування особливостей продукту, що транспортується. При вивченні технічного стану трубопроводів, по яких транспортуються газорідні суміші з агресивними компонентами необхідно враховувати реальну просторову конфігурацію реальних трубопровідних систем як в надземному [3], так і в підземному положенні [4], причому для надземних ділянок можна використовувати як інтегральний підхід до оцінювання напруженого стану [3], так і вивчати окремі види силових впливів більш детально (наприклад, вітрові навантаження).

Математичні моделі процесів.

1. Оцінка напружено-деформованого стану трубопроводів.

На основі відомого підходу [3] записується радіус-вектор довільної точки трубопроводу:

$$\vec{r}(s, \varphi, r, t) = \vec{r}_l(s, \varphi, r, t) + \rho(s, \varphi, r, t) \times (\cos \omega(s, \varphi, r, t) \vec{b}_l + \sin \omega(s, \varphi, r, t) \vec{n}_l + \psi(s, \varphi, r, t) \vec{t}_l - \frac{D}{2} \vec{n}_l), \quad (1)$$

де s, φ, r - компоненти пов'язаної з трубопроводом криволінійної квазіциліндричної системи координат, зокрема, s - координати вздовж вісі, $0 \leq s \leq L$, L - довжина досліджуваного фрагменту, φ - полярний кут, $0 \leq \varphi \leq 2\pi$, r - полярний радіус даного перерізу $R_{\text{вн}} \leq r \leq R_{\text{зовн}}$, вектори $\vec{r}_l, \vec{b}_l, \vec{n}_l, \vec{t}_l$ - відповідно радіус-вектор точки на поверхні твірної трубопроводу, \vec{b}_l - вектор бінормалі до цієї лінії, \vec{n}_l - вектор нормалі до неї, \vec{t}_l - вектор дотичний до верхньої твірної [3], функція $\rho(s, \varphi, r, t)$ характеризує деформацію перерізів в радіальному напрямку, з її допомогою моделюється зміна форми перерізу (еліптичність, грушевидність тощо), $\omega(s, \varphi, r, t)$ - поворот перерізів по напрямку полярного кута (кручення перерізів), $\psi(s, \varphi, r, t)$ - повздовжні деформації перерізів (в прийнятій в багатьох монографіях гіпотезі

про плоскі перерізи $\psi(s, \varphi, r, t) \equiv 0$). При відокремленні \vec{r}_l за відомими переміщеннями точок поверхні використовується апарат сплайн - функцій із згладжуванням третього степеня [8,9], згладжування проводиться з урахуванням точності вимірювання координат точок поверхні за відомими методиками [8]. Після побудови радіус-вектора (1) здійснюється розрахунок компонентів тензорів деформації та напружень [3] з використанням метричного тензора відповідної системи координат $s, \varphi, r, x_1 = s; x_2 = \varphi; x_3 = r$:

$$g_{ij} = \frac{\partial \vec{r}}{\partial x_i} \frac{\partial \vec{r}}{\partial x_j}. \quad (2)$$

Визначені компоненти тензорів деформації та напружень дозволяють виділити зони трубопроводу, які зазнають максимальних змін в напруженому стані, причому дослідження проводиться для надземних та підземних ділянок трубопроводів, причому оцінка

компонентів тензора напружень δ_{ij} для підземних ділянок є особливо важливою, оскільки трубопроводи, по яких транспортуються газорідинні суміші з агресивними компонентами, як правило розташовуються на більшій глибині, ніж звичайні магістральні трубопроводи, а тому на них діє більше ґрунтове навантаження.

Для надземних ділянок важливим фактором силового впливу є дія вітрових навантажень. Для оцінки аеродинамічних впливів використовується підхід, що базується на

$$K(\theta, \theta_0) = \frac{(y(\theta) - y(\theta_0))x'(\theta_0) - [x(\theta) - x(\theta_0)]y'(\theta_0)}{[x(\theta) - x(\theta_0)]^2 + [y(\theta) - y(\theta_0)]^2}, \quad (4)$$

де $x(\theta)$, $y(\theta)$, $x(\theta_0)$, $y(\theta_0)$ - координати точок перерізу в контрольній θ_0 та в кожній з точок θ на поверхні профілю (рис.1)

$$\begin{cases} x(\theta) = \cos^2 \frac{\theta}{2} \\ y(\theta) = f(\theta) \end{cases}$$

використанні розв'язку інтегрального рівняння Фредгольма другого роду відносно дотичної до поверхні перерізу трубопроводу компоненти швидкості вітрового потоку [6] V_θ :

$$V_\theta(\theta_0) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} V_\theta(\theta) K(\theta, \theta_0) d\theta + \frac{\partial \phi}{\partial \theta}(\theta_0), \quad (3)$$

$V_\theta = \frac{\partial \phi}{\partial \theta}$, ϕ - потенціал потоку [6], $K(\theta, \theta_0)$ - ядро інтегрального оператора:

$f(\theta)$ - функція, що описує еліптичність перерізу.

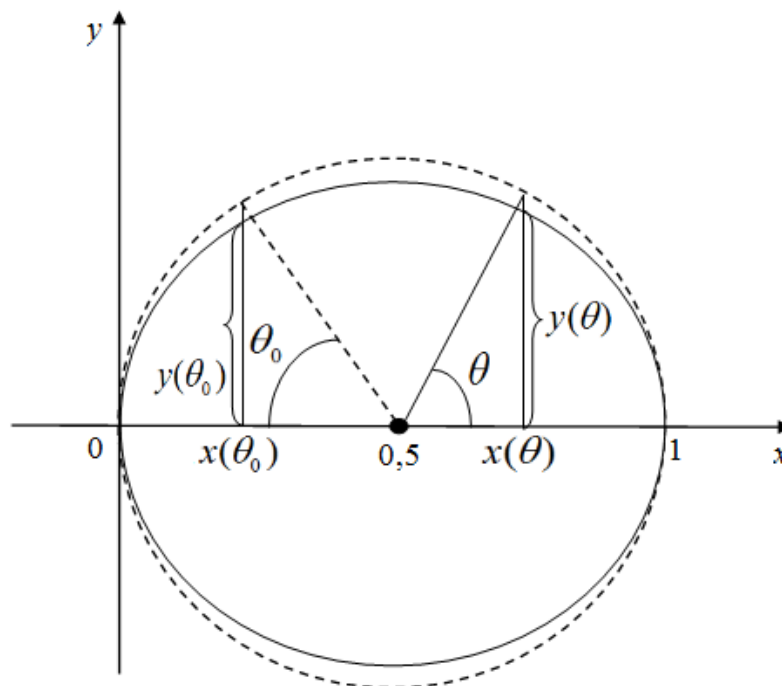


Рисунок 1 – Геометрія профілю трубопроводу з певною еліптичністю

Очевидно, вимагає особливого дослідження випадок $\theta = \theta_0$ - в такому випадку до (4) застосовується правило Лопітала [1], після чого

$$K(\theta, \theta_0) = \frac{1}{2} \frac{y(\theta_0)'' x'(\theta_0) - x''(\theta_0) y'(\theta_0)}{x'(\theta_0)^2 + y'(\theta_0)^2}. \quad (5)$$

Величина $\frac{\partial \phi}{\partial \theta}(\theta_0)$ визначається за формулою:

$$\frac{\partial \phi}{\partial \theta} = V_\infty (x(\theta_0) \cos \alpha + y(\theta_0) \sin \alpha), \quad (6)$$

де V_∞ - швидкість незбуреного потоку на достатній відстані від досліджуваного перерізу; α - кут атаки профілю - кут між напрямком вітрового потоку та горизонтальною лінією перпендикулярною до осі трубопроводу. Розв'язок рівняння (3) проводиться в допущенні про виконання постулату Чаплигіна-Жуковського про скінчене значення швидкості на лінії сходу потоку з профілю з використанням чисельних методів [9] шляхом переходу від інтегрального рівняння (3) до системи лінійних алгебраїчних рівнянь відносно $U_\theta(\theta_i) i = 1, \dots, N$. При цьому приймається, що $V_\infty = 1$ - тобто всі швидкості масштабуються по швидкості потоку, що набігає.

Визначення розподілу компонент $V_\theta(\theta)$ є достатнім для оцінки всіх аеродинамічних

$$C_m = \int_0^{2\pi} C_p(\theta) x(\theta) x'(\theta) d\theta + \int_0^{2\pi} C_p(\theta) y(\theta) y'(\theta) d\theta. \quad (11)$$

Результати тестових розрахунків модельної ділянки трубопроводу.

1. Для модельної ділянки трубопроводу проведено розрахунок напруженого стану за інформацією про переміщення певної множини точок поверхні (рис.2.), що дозволило виявити потенційно небезпечні з точки зору можливої втрати суцільності матеріалу трубопроводу зони. Вдається

характеристик профілю, оскільки ортогональна до V_θ компонента швидкості V_n дорівнює нулю через умову непротікання рідини або газу через поверхню профілю трубопроводу. Після знаходження $V_\theta(\theta)$ обчислюється фізична компонента швидкості

$$U_\theta = \frac{V_\theta(\theta)}{\sqrt{x'(\theta_0)^2 + y'(\theta_0)^2}}, \quad (7)$$

після чого встановлюються наступні аеродинамічні характеристики профілю:

коефіцієнт тиску:

$$C_p(\theta) = 1 - U_\theta^2 \quad (8)$$

коефіцієнт підйимальної сили:

$$C_y = \int_0^{2\pi} C_p(\theta) x'(\theta) d\theta, \quad (9)$$

коефіцієнт індуктивного опору:

$$C_x = \int_0^{2\pi} C_p(\theta) y(\theta) d\theta, \quad (10)$$

коефіцієнт моменту відносно передньої кромки профілю (точки розгалуження потоку):

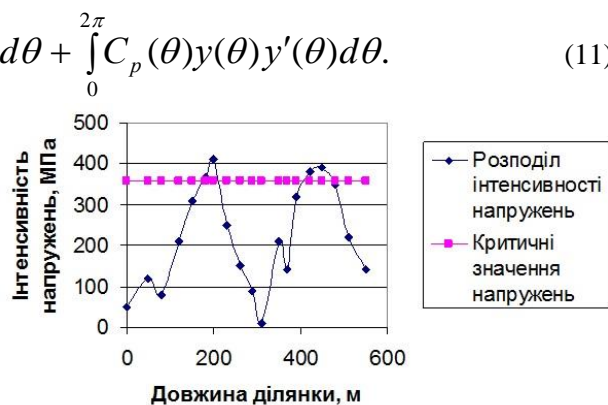


Рисунок 2 – Розподіл інтенсивності напружень по довжині підземної ділянки трубопроводу.

встановити просторову конфігурацію цих зон, проте аналіз проводиться для інтенсивності напружень [3]:

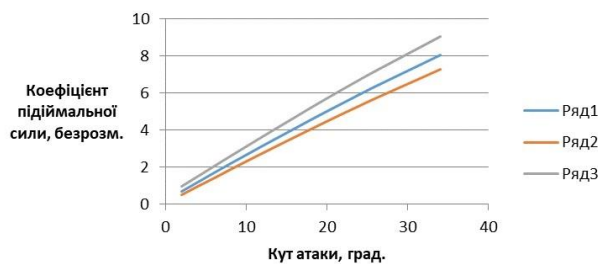
$$\sigma_i = \sqrt{\sum_{i,j=1}^3 \sigma_{ij}^2} \quad (12)$$

2. Проведено дослідження впливу вітрових навантажень на трубопровід, встановлено, що підймальна сила, що діє на трубопровід, лінійно залежить від кута атаки α (рис.3.).



Рисунок 3 – Розподіл коефіцієнта підймальної сили від кута атаки

3. При дослідженні впливу еліптичності перерізу на підймальну силу, встановлено, що остання залежить від еліптичності профіля: якщо круглий профіль має великі півосі $a = b = 0,5$, то при еліптичності $a = 0,5; b = 0,45$ підймальна сила збільшується на 2,1% (рис.4).



Ряд 1 – $a=0.5, b=0.445$, Ряд 2 – $a=0.5, b=0.485$, Ряд 3 – $a=0.5, b=0.405$.

Рисунок 4 – Розподіл коефіцієнта підймальної сили від кута атаки.

4. Розроблений програмний комплекс дозволяє моделювати широкий клас профілів перерізів труби, а саме враховувати:

- еліптичність профілю;

- односторонню еліптичність, коли профіль складається з двох півеліпсів з різними ексцентриситетами;

- різні кути атаки профілю.

Напрямок подальших досліджень може бути моделювання течії в трубопроводі, що транспортує газорідинні суміші з агресивними компонентами через наявність зон із потенційною втратою герметичності внаслідок зміни напружено-деформованого стану та виявлення поширення шкідливих речовин в зоні, що оточує трубопровід при його розгерметизації.

Список використаних джерел

1. Дубовой В.М., Кветний Р.Н, Михальов О.І., Усов А.В. Моделювання та оптимізація систем: підручник. Вінниця: ПП «Едельвейс», 2017. 804 с.
2. Mandryk O., Oliynyk A., Mykhailyuk R., Feshanych L. Flood development process forecasting based on water resources statistical data. *Grassroots Journal of Natural Resources*, 2021 4(2). P. 65 – 76.
3. Олійник А.П. Математичні моделі процесу квазістаціонарного деформування трубопроводних та промислових систем при зміні їх просторової конфігурації: Наукове видання. Івано-Франківськ: ІФНТУНГ, 2010. 320с.
4. Олійник А. П., Жовтуля Л. Я., Яворський А. В., Карпаш М. О. Розроблення методики оцінки напружено-деформованого стану лінійних ділянок магістральних трубопроводів. *Методи та прилади контролю якості*. 2017. №1(38), ст.57 -63.
5. Диференціальні рівняння / Ю.Д. Головатий, В.М. Кирлич, С.П. Лавренюк. – Львів: ЛНУ ім. Івана Франка, 2011. 470 с.
6. С.А.І. Fletcher Computational Galerkin methods. *Springer Verlag*. 1984, 352 p.
7. Origin of a magnetic easy axis in pipeline steel / [L. Clapham, C. Heald, T. Krause at all]. *J. Appl. Phys.* 1999. Vol. 86. № 36. P. 1574–1580.
8. A.K. Cline, Scalar and Planar Valued Curve Fitting Using Splines Under Tension. *Communications of the ACM*. 1978. v.17, № 4, p. 218-228.

References

1. Dubovoy V.M., Kvyetnyy R.N, Mykhal'ov O.I., Usov A.V. Modelyuvannya ta optymizatsiya system: pidruchnyk. Vinnytsya: PP «Edel'veys», 2017. 804 st. [in Ukrainian]
2. Mandryk O., Oliynyk A., Mykhailyuk R., Feshanych L. Flood development process forecasting based on water resources statistical data. *Grassroots Journal of Natural Resources*, 2021 4(2). P. 65 – 76.
3. Oliynyk A.P. Matematychni modeli protsesu kvazistatsionarnoho deformuvannya truboprovodnykh ta promyslovykh system pry zmini yikh prostorovoyi konfihuratsiyi: Naukove vydannya. Ivano-Frankivs'k: IFNTUNH, 2010. 320s. [in Ukrainian]
4. Oliynyk A. P., Zhovtulya L. YA., Yavors'kyy A. V., Karpash M. O. Rozroblennya metodyky otsinky napruzhenno-deformovanoho stanu liniynykh dilyanok mahistral'nykh truboprovodiv. *Metody ta prylady kontrolyu yakosti*. 2017. №1(38), st.57 -63. [in Ukrainian]
5. Dyferentsial'ni rivnyannya / YU.D. Holovatyy, V.M. Kyrlych, S.P. Lavrenyuk. – L'viv: LNU im. Ivana Franka, 2011. 470 s. [in Ukrainian]
6. C.A.J. Fletcher Computational Galerkin methods. *Springer Verlag*. 1984, 352 p.
7. Origin of a magnetic easy axis in pipeline steel / [L. Clapham, C. Heald, T. Krause at al]. *J. Appl. Phys.* 1999. Vol. 86. № 36. P. 1574–1580.
8. A.K. Cline, Scalar and Planar Valued Curve Fitting Using Splines Under Tension. *Communications of the ACM*. 1978. v.17, № 4, p. 218-228.