$$a_s(x) \in C[0,1], a_s(x) \equiv (-1)^s a(1-x), x \in [0,1], c_r \in \mathbf{R},$$

$0 = x_1 < x_2 < ... < x_q = 1, h_p \in R,$ $(p = 1, ..., 2n)$. $(j = 1, 2, ..., n), (r = 1, 2, ..., q)$. Нехай для множин $S_0 \equiv \{s_1, s_2, ..., s_n\}, S_1 \equiv \{s_{n+1}, s_{n+2}, ..., s_{2n}\}$, справджуються умови : $s \in S_0 \Leftrightarrow 2n-1-s \in S_1, s \in S_0 \bigcap S_1 \Leftrightarrow 2n-1-s \notin S_0 \bigcap S_1$.

Функцію $y(x)$ будемо називати симетричною (антисиметричною) на інтервалі $(0,1)$, якщо $y(1-x) \equiv y(x), x \in [0,1]$ $(y(1-x) \equiv -y(x), x \in [0,1]$ - відповідно), $W \equiv W_2^{2n}(0,1)$, W_0 - простір симетричних функцій із W, (W_1 - антисиметричних функцій із W). Нехай, $Q \subset C$ - довільна множина, $M_{2n}(Q)$ - сукупність диференціальних операторів A_{2n} з властивістю: для кожного $\lambda \in Q$ фундаментальну систему розв'язків рівняння $A_{2n}y = \lambda y$, можна вибрати так, що $\{y_j(x,\lambda)\}_{j=1}^{n} \subset W_0, \{y_j(x,\lambda)\}_{j=n+1}^{2n} \subset W_1$.

Введемо $A : L_2(0,1) \to L_2(0,1)$ - оператор задачі, $Ay \equiv A_{2n}y$, $y \in D(A)$, $D(A) \equiv \{y \in W : l_s y = 0, s = 1, ...2n\}$, $S(A)$ - множина власних значень оператора A.

Теорема 1. *Нехай $A_{2n} \in M_{2n}$ $(S(A))$. Тоді для довільних $c_r \in \mathbf{R}$, $x_2, ...x_{q-1} \in (0,1)$, $(r = 1, ...q)$, система кореневих функцій оператора A повна і мінімальна в просторі $L_2(0,1)$.*

Теорема 2. *Нехай $A_{2n} \in M_{2n}$ $(S(A) \bigcup \{0\})$. Тоді для довільних $c_r \in \mathbf{R}$, $x_2, ...x_{q-1} \in (0,1)$, $(r = 1, ...q)$, $h_p \in R$, $(p = 1, ..., 2n)$ нелокальна задача має єдиний розв'язок.*

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ІМУННОЇ ВІДПОВІДІ ПІД ВПЛИВОМ ЗОВНІШНІХ ФАКТОРІВ ТА ВІКОВОЇ СТРУКТУРИ

Бігун Ярослав

Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича

yaroslav.bihun@gmail.com

У 1975 р. Г.І. Марчук запропонував математичну модель імунної відповіді організму людини при інфекційному захворюванні [1]. Модель досить адекватно описує загальний перебіг захворювання, адаптована для імунної відповіді при гепатиті B і C, пневмонії та інших захворюваннях, при зміні параметрів імунної системи з часом [2]. Основні фактори математичної моделі: $V(t)$ — концентрація антигенів (вірусів, бактерій), $C(t)$ і $F(t)$ — концентрація плазмоклітин і антитіл відповідно, $m(t)$ — міра ураження органу-мішені, $0 \leqslant m(t) \leqslant 1$, $t \geqslant 0$. Введемо узагальнений фактор забруднення $E(t) \geqslant 0$, допустима норма якого E^*, а середній час відновлення екологічної рівноваги дорівнює Δ. Фактор забруднення $E(t)$ має негативний вплив на перебіг деяких захворювань, наприклад при вірусному ураженні дихальних шляхів. Розглянемо таку математичну модель:

$$\begin{aligned}
\frac{dV}{dt} &= \beta(1-\delta V^n)V - \gamma VF,\\
\frac{dC}{dt} &= \alpha\xi(m)V_\tau F_\tau - \mu_c(C-C^*) - \mu_1(E-E^*),\\
\frac{dF}{dt} &= \varrho C - \eta\gamma FV - \mu_f F,\\
\frac{dm}{dt} &= \sigma V - \mu_m m + \mu_2(E-E^*),\\
\frac{dE}{dt} &= r(1-E_\Delta/E^*)E,
\end{aligned}$$

де $V_\tau(t) = V(t-\tau)$, $0 < \tau$ — час формування каскаду плазмоклітин, $E_\Delta(t) = E(t-\Delta)$, $0 \leqslant \xi(m) \leqslant 1$, $n \in \mathbb{N}$, коефіцієнти моделі — невід'ємні числа.

Якщо у першому рівнянні не враховувати зменшення швидкості розмноження антигена, наприклад внаслідок дії медичних препаратів чи процедур, тобто коли $\delta = 0$, то одержимо рівняння з моделі Г.І. Марчука. Останнє рівняння є моделлю Хатчінсона, асимптотична стійкість положення рівноваги $E = E^*$ якого досягається при $0 < r\Delta < \pi/2$.

У роботі знайдено положення рівноваги моделі та досліджено їх на стійкість. Зокрема, положення рівноваги $E = E^*$, $V = m = 0$, $C = C^*$ $f = \rho C^*/\mu_f$, яке відповідає нормальному стану довкілля і здоровому організму, локально асимптотично стійке при $\beta\mu_f < \gamma\rho C^*$.

Хронічній формі захворювання відповідають розв'язки $E = E^*$,

$F = \frac{\beta}{\gamma}(1-\delta\frac{V}{K})^n$, $m = \frac{\sigma V}{\mu_m}$,

де V і C задовольняють систему лінійних рівнянь

$$\mu_c C - \frac{\alpha\beta}{\gamma}(1-\delta\frac{V}{K})^n = \mu_c C^*,$$

$$\gamma\rho C - \beta(1-\delta\frac{V}{K})^n(\gamma\eta V + \beta\mu_f) = 0.$$

Розглянуто випадки. коли $n = 1$ і $n = 2$. Виявлено, що у порівнянні з класичною моделлю у цих випадках при хронічній формі захворювання може бути більше одного положення рівноваги.

Сила імунної відповіді змінюється як з часом, так і з віком $a \geqslant 0$ людини. Тому фактори F, C і m у загальному випадку є розв'язками диференціальних рівнянь з частинними похідними вигляду

$$\begin{aligned}
\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial C}{\partial a} &= \alpha\xi(m)V_\tau F_\tau - \mu(C - C^*) - \mu_1(E - E^*),\\
\frac{\partial F}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial a} &= \varrho C - \eta\gamma FV - \mu_f F,\\
\frac{\partial m}{\partial t} + \frac{\partial m}{\partial a} &= \sigma V - \mu_m m + \mu_2(E - E^*),
\end{aligned}$$

які задовольняють початкові умови при $t = 0$ і умови, аналогічні умовам виживання [3], при $\tau = 0$.

Література

[1] *Marchuk G.I.* Mathematical Modelling of Immune Response in Infectious Diseases, Springer-Verlag, New York, 1997.

[2] *Bodnar M., Forys U.* A model of immune system with time-dependent immune reactivity, Nonlinear Analysis-Theory Methods & Applications **7(2)**, (2009), pp. 1049-1058.

[3] *Маценко В.Г.* Математичне моделювання, Чернів. нац. ун-т ім. Юрія Федьковича.– Чернівці, 2014.

ДВОТОЧКОВА ЗАДАЧА ДЛЯ РІВНЯНЬ ІЗ ЧАСТИННИМИ ПОХІДНИМИ У ПРОСТОРАХ НАД ПОЛЯМИ p-АДИЧНИХ ЧИСЕЛ

[1]Бобик Ігор, [2]Пукач Петро, [3]Симотюк Михайло

[1,2]Національний університет "Львівська політехніка

[3]Інститут прикладних проблем механіки і математики ім.Я.С.Підстригача НАН України

[1]igor.bobyk@gmail.com, [2]ppukach@gmail.com, [3]quaternion@ukr.net

Упродовж останніх десятиліть активно розвивається p-адична математична фізика, у якій дійсні просторово-часові змінні замінюються p-адичними числами [1, 2, 4]. Цей альтернативний розділ математичної фізики виник у 1984 р., коли В.С.Владіміров та І.В.Воловіч запропонували використати p-адичні числа для опису простору на малих відстанях порядку 10^{-33} см, щоб уникнути проблему вимірювання довжин, менших від планківських. Ідея В.С.Владімірова та І.В.Воловича полягає у тому, що на планківських відстанях структура простору-часу повинна описуватися неархімедовим полем p-адичних чисел, що є поповненням поля раціональних чисел за p-адичною нормою.