

*с. 18*  
*K12* ІВАНО-ФРАНКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ  
УНІВЕРСИТЕТ НАФТИ І ГАЗУ

**КАБАНОВА**  
**Олена Володимирівна**

*620,18(043)*  
УДК 517: 533: 537: 620: 621  
*K12*

**МЕТОД РЕКОНСТРУКЦІЇ ЗОБРАЖЕНЬ  
ВНУТРІШНЬОЇ СТРУКТУРИ ОБ'ЄКТІВ КОНТРОЛЮ  
З ВИКОРИСТАННЯМ АЛГОРИТМУ  
ЗВОРОТНОГО ПРОЕКТУВАННЯ**

Спеціальність 05.11.13 – Прилади і методи контролю  
та визначення складу речовин

Автореферат  
дисертації на здобуття наукового ступеня  
кандидата технічних наук

Івано-Франківськ - 2004

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана в Івано-Франківському національному технічному університеті нафти і газу Міністерства освіти і науки України.

**Науковий керівник**

кандидат технічних наук, професор  
**Чеховський Степан Андрійович**  
Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу, завідувач кафедри інформаційно-вимірювальної техніки та метрології

**Офіційні опоненти:**

доктор фізико-математичних наук, професор  
**Сопронюк Федір Олексійович**,  
Чернівецький національний університет ім. Ю. Федьковича, завідувач кафедри математичних проблем управління і кібернетики

кандидат технічних наук, доцент  
**Олійник Андрій Петрович**  
Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу, доцент кафедри комп'ютерних технологій і систем управління



**Провідна установа:**

Фізико-механічний інститут ім. Г. В. Карпенка  
НАН України, м. Київ

Захист відбудеться  
Д 20.052.03 в Івано-Франківському  
МОН України (7)

З дисертацією можна ознайомитися  
університету нафти і газу (7)

Автореферат розповсюджено  
МОН України (7)

**Вчений секретар спеціалізованої вченої ради**

вченої ради  
і газу

технічного  
, 15).

**М. Дранчук**



## ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

**Актуальність теми.** Неухильне зростання кількості та якості різноманітних виробів із різних матеріалів, виробництво яких базується на високих технологіях, визначає і принципово нові підходи до ролі методів і технологічних засобів їх контролю.

Ці методи традиційно базуються на прямих вимірюваннях і, здебільшого, дозволяють здійснити оцінку виробу за показниками, які піддаються такому контролю, що суттєво обмежує їх можливості. Сказане і визначає підвищені вимоги до використання універсальних засобів перуйнуючого контролю, здатних реєструвати не тільки кількісну і якісну зміну характеристик виробничого обладнання, але й вимірювати параметри продукції. Такий підхід дає змогу робити висновки щодо організації ефективної роботи виробництва, своєчасного виявлення і ліквідації відхилень від заданого режиму експлуатації та попередження аварійних ситуацій. Однак це є можливим тільки при наявності достатнього інформаційного забезпечення, яке можна отримати, зокрема, при використанні рентгенівської томографії.

На сьогоднішній день комп'ютерна томографія (КТ) є найбільш значним досягненням інформаційних технологій у вивченні внутрішньої структури досліджуваних об'єктів, яка базується на теорії розпізнавання образів. Застосування комп'ютерної томографії суттєво підвищує чутливість контролю до локальних порушень суцільності, включень, наявності відхилення густини матеріалу і малих відхилень геометричних розмірів [Клюев В.В., 1995; Меркулов А. М. и др., 1985; Скотт Д. М., 2000; Кошовий В.В., 1997]. В даний час існують різні види томографії, які істотно відрізняються між собою як використовуваними фізичними принципами і явищами, так і типами математичних рівнянь, що розв'язуються при створенні методів і алгоритмів реконструкції. В задачах інтегральної геометрії, що виникають при розробці методів тривимірної рентгенівської комп'ютерної томографії, тривимірний об'єкт представляють у вигляді набору тонких зрізів, і припускають, що густина в зрізі є функцією двох змінних. Відновлення такої функції здійснюється за інтегральними значеннями густини вздовж прямих, що лежать у площині зрізу [Хермен Г., 1983; Natterer F, 1986; Kak A., C. M. Slaney, 1987]. Використання даного підходу в задачах тривимірної реконструкції дає недостатньо високу роздільну здатність відновленого зображення внаслідок неможливості обробки великих масивів проєкційних даних, і спотворення зображень через їх неповноту [Kalender W., 2000; Schaller, S., T. Flohr and P. Steffen, 1996; Eriksson J., 1998]. Крім того, відомі методи тривимірної томографії вимагають досить істотних витрат процесорного часу й об'єму оперативної пам'яті [Danielsson P.E.& at., 1997; Grass M. & at., 2000; Grangeat P., 1991]

Очевидно, що такий підхід при контролі рухомих, чи змінних у часі об'єктів, стає неефективним, оскільки швидкість зняття інформації є набагато нижчою за зміну стану самого об'єкту. В цьому випадку необхідно розв'язати саме тривимірну задачу реконструкції, що досягається розробкою нових більш швидкісних алгоритмів реконструкції зображень, а не технічним вдосконаленням томографа.

Позбулися вказаних недоліків можна за допомогою використання схеми, в якій відновлюється функція трьох змінних за інтегральним значенням густини вздовж просторового

сімейства прямих випромінювання. Відповідний до цього новий метод реконструкції дозволяє одержати розв'язок за рахунок спрощення математичних процедур, що зводяться до сумування проєкційних зображень, і дає можливість швидкого незалежного синтезу безлічі томограм за обмеженим набором проєкцій з мінімальною втратою інформації.

Отже, задача створення методу реконструкції тривимірного об'єкта, який би забезпечив високу роздільну здатність реконструйованого зображення і високу швидкість, є актуальною, а її вирішення – доцільною і своєчасною.

**Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами.** Тематика дисертаційної роботи є частиною пластової науково-дослідної програми з розвитку нафтопромислового комплексу України і базується на результатах держбюджетної науково-дослідної роботи ІФНТУНГ "Метрологія і вимірювальна техніка в нафтогазовій галузі та приладобудуванні" (номер державної реєстрації 0101U001664), де автор був виконавцем розділу, присвяченому аналізу і синтезу томографічних систем контролю.

**Мета і задачі досліджень.** Метою роботи є удосконалення методів і засобів математичного та комп'ютерного моделювання, а також обчислювальних методів при реконструкції зображення, які б дозволили зменшити час відновлення зображення об'єкту у тривимірному просторі зі збереженням якості реконструйованого зображення. Для реалізації даної мети в дисертації необхідно вирішити наступні завдання:

- 1) Проаналізувати рівняння взаємодії моно- і поліхроматичного рентгенівського випромінювання з речовиною об'єкта з врахуванням можливих спотворень отримуваних проєкційних даних;
- 2) Дослідити залежність значення функції тривимірного зображення від проєкційних даних;
- 3) Реалізувати метод тривимірної реконструкції зображення та дослідити його комплексність;
- 4) Побудувати математичну модель томографічного сканування, яка пов'язує інтенсивність рентгенівського випромінювання з проєкційними значеннями.
- 5) Розробити програмну і технічну реалізацію методу та провести експериментальні дослідження процесу реконструкції зображення.

*Об'єкт дослідження* - внутрішня структура та склад виробів, металевих і неметалевих конструкцій, габарити яких не перевищують допустимі межі технічних томографів, у тому числі дефектів цієї структури, та зображення, отримане в результаті просвічування рентгенівським променем (рентгенівський образ об'єкта).

*Предмет дослідження* - методи реконструкції зображення в рентгенівській томографії для визначення просторової структури та складу об'єктів.

*Методи дослідження* базуються на теорії обробки сигналів, інтегральної та аналітичної геометрії. При розв'язанні поставлених задач використовувались методи статистичного аналізу, математичного моделювання, теорії похибок, розв'язку некоректно поставлених задач.

#### **Наукова новизна отриманих результатів:**

1. Вперше одержано і реалізовано метод швидкої реконструкції внутрішньої структури тривимірного об'єкта, що дає можливість з високою вірогідністю оцінити його склад.

2. Дістав подальший розвиток напрямок математичного моделювання зображення об'єкта у тривимірному векторному просторі, що дозволило отримати тривимірний радонівський образ зображення, який було використано для оцінки якості методів реконструкції.

3. На основі методу швидкої реконструкції вдосконалено практичний FDK – метод, що дозволило зменшити час реконструкції тривимірного зображення з проєкційних даних від конусної схеми сканування.

4. Вперше запропоновано математичну модель процесу отримання тривимірних проєкційних даних в результаті томографічного експерименту, яка адекватна реальним характеристикам та параметрам зображення.

**Практичне значення одержаних результатів.** Одержані теоретичні результати розширюють область застосування методів математичного моделювання на задачі створення апаратури для швидкої технічної діагностики.

1. На базі запропонованого методу швидкої реконструкції побудовано алгоритм реконструкції, що дозволяє отримувати якісні реконструйовані зображення за умов зменшення часу реконструкції, що в свою чергу розширює область застосування КТ для експрес-контролю або контролю рухомих або змінних у часі об'єктів.

2. Вперше розроблена і програмно реалізована математична модель процесу отримання тривимірних проєкційних даних, яка дозволяє вибирати довільні схеми сканування (позицію джерела, позицію детектора, їх орієнтацію, розмір тощо), задавати різні траєкторії руху джерела і детектора довкола об'єкта, високу точність проєкцій, здійснювати моделювання як ідеальних, так і спотворених (реальних) проєкційних даних, здійснювати створення моделей реальних об'єктів з можливістю їх подальшого дослідження.

3. Одержані практичні результати впроваджено в Інституті фізики напівпровідників НАН України, Івано-Франківській медичній академії та Івано-Франківському Національному технічному університеті нафти і газу. Результати теоретичних та експериментальних досліджень впроваджено в навчальний процес підготовки фахівців за спеціальностями "Прилади та системи неруйнівного контролю" та "Метрологія і вимірювальна техніка".

**Особистий внесок здобувача.** Основні положення, закономірності та результати дисертаційної роботи отримані автором самостійно. Вони опубліковані у 9 роботах (з них 3 без співавторів). У наукових статтях, опублікованих у співавторстві, участь здобувача є визначальною і полягає у теоретичній розробці алгоритму швидкої реконструкції, плануванні експерименту, аналізі та оформленні. Всі експериментальні дані, що включено в дисертаційну роботу, одержані безпосередньо автором. Аналіз літературних джерел, розробка способу одержання проєкційних даних для томографічного експерименту, програмна реалізація алгоритму, формулювання основних висновків дисертаційної роботи в цілому проведені дисертантом самостійно.

**Апробація роботи.** Матеріали дисертації доповідалися на VIII науково-технічній конференції "Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах" (м. Хмельницький, 31 травня - 3 червня 2001 р.); на науково-технічній конференції "Приладобудування 2002: підсумки і перспективи" (м. Київ, 16-17 квітня 2002 р.); на третій Всеукраїнській конференції молодих науковців "Інформаційні технології в науці, освіті і техніці"

(м. Черкаси, 17-19 квітня 2002 р.); на другій науково-технічній конференції “Приладобудування 2003: стан і перспективи” (22-23 квітня 2003р.); на III міжнародній конференції “Інформаційні технології в охороні здоров'я та практичній медицині” (м. Київ, 21-23 травня 2003 р.).

**Публікації.** За темою дисертації опубліковано 9 робіт, з них 4 - у фахових виданнях, 2 - у збірниках наукових праць, 3 - у збірниках тез доповідей конференцій.

**Структура і обсяг роботи.** Дисертаційна робота складається з переліку умовних позначень, вступу, чотирьох розділів, висновків, списку використаних джерел, 10 додатків. Матеріал викладено на 167 сторінках, з них перелік умовних позначень займає 2 сторінки, список використаних джерел 119 найменувань - 12 стор., додатки - 15 стор. Робота ілюстрована 54 рисунками та містить 5 таблиць.

## ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У **вступі** обґрунтовано актуальність теми дисертаційної роботи, викладено основні положення проблеми, яка розглядається, сформульовані мета та завдання дослідження, викладено наукову новизну та практичне значення одержаних результатів.

У **першому розділі** проаналізовано та систематизовано літературні дані стосовно сучасних методів реконструкції двовимірних і тривимірних зображень об'єктів у рентгнівській томографії, визначено стан розвитку методологічного забезпечення відновлення тривимірних зображень. Розглянуто сучасні томографічні системи контролю, приведено відомості про можливі схеми отримання та ефективні способи й засоби реєстрації проєкційних даних для тривимірної реконструкції. Доведено, що найоптимальнішим способом отримання проєкційних даних для відновлення тривимірного зображення при контролі внутрішньої структури складних об'єктів є конусна схема сканування з багаторядковими детекторами.

Встановлено, що розвиток сучасного методологічного забезпечення тривимірної реконструкції відстає від стану розвитку технічного забезпечення. Методи і алгоритми відновлення зображень, що застосовуються в сучасних томографічних установках, як в медичних та і в технічних, є адаптацією попередніх методів і алгоритмів, і у повній мірі не дозволяють реалізувати технічні можливості томографічного контролю.

Визначено основні задачі, які необхідно розв'язати для розробки нового методу тривимірної реконструкції.

У **другому розділі** розроблено, теоретично досліджено і технічно реалізовано метод швидкої реконструкції двовимірного і тривимірного зображень. На базі даного методу побудовано алгоритм тривимірної реконструкції і його програмну реалізацію. Для реконструкції проєкційних даних від конусної схеми сканування оптимізовано практичний FDK алгоритм.

Будь-яке зображення об'єкта математично можна визначити як функцію двох, або трьох змінних, значення якої за межами об'єкта рівне нулю, і відповідно зображення – це квадрат, центр якого знаходиться на початку довільно вибраної системи координат [G. T. Natter, 1983]. У відповідності до цього використовуємо позначення  $f(x, y)$ , яке визначає функцію  $f$  двох змінних  $x$  та  $y$ , і  $f(x, y, z)$ , що визначає функцію трьох змінних, які необхідно реконструювати. Можливою фізичною інтерпретацією функції зображення  $f$ , на якій ґрунтуються рентгенівська

реконструктивна томографія, є те, що за умови рівності поля зображення і поля реконструкції, значення функції  $f(x, y)$  однозначно визначає значення лінійного коефіцієнта послаблення випромінювання в точці з координатами  $(x, y)$ , а отже і значення густини об'єкта.

Для знаходження функції  $f$  в якості вхідних даних використовується набір значень променевих сум, отриманих при певному куті повороту джерела (об'єкта)  $\theta$  і координати детектора  $t$ , і які утворюють синограму зображення. Синограма складається з проєкційних значень, отриманих при паралельній схемі сканування і розміщених на декартовій системі координат (рис.1).

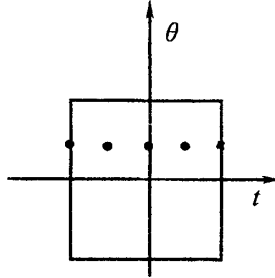


Рис. 1. Синограма зображення

Кожна дискретна точка на синограмі – це значення інтегралу від функції густини об'єкта вздовж траєкторії поширення випромінювання в ньому. Відповідно, кожна точка об'єкту може бути описана синусоїдою на синограмі. І навпаки, кожний піксель відтвореного зображення відповідатиме синусоїді на синограмі. Суть реконструкції зображення методом зворотного проєктування полягає в тому, що оцінку густини у будь-якій точці зображення знаходять шляхом додавання променевих сум для всіх променів, які проходять через дану точку, тобто сумуються всі проєкційні значення, які її утворюють.

Приймаємо, що детектор має довжину  $2t_{max}$ , займає  $N_t$  рівновіддалених позицій на відстані  $\Delta t$ . Так само отримуються  $N_\theta$  кутів проєктування з інтервальною відстанню між ними  $\Delta\theta$ . Дискретні значення функції проєкційних даних  $p^p[n, k]$  визначаються з виразу

$$p^p[n, k] = p^p(\theta_n, t_k), \quad \text{де } \theta_n = n\Delta\theta, \quad \Delta\theta = \frac{2\pi}{N_\theta}, \quad n = 0, \dots, N_\theta - 1, \quad t_k = (k + O_k + 0.5)\Delta t - t_{max},$$

$$\Delta t = \frac{2t_{max}}{N_t}, \quad k = 0, \dots, N_t - 1, \quad p^p(\theta, t) - \text{значення неперервної функції проєкційних значень, } O_k -$$

константа зміщення дискретизації по детектору.

Дискретна функція проєкцій фільтрується обмеженням по частоті фільтром, що

$$\text{визначається згідно формули } g^p[k] = \Delta t \cdot g^p(k\Delta t) = \begin{cases} \frac{1}{4\Delta t}, & k = 0; \\ 0, & \text{для парного } k; \\ -\frac{1}{k^2 \pi^2 \Delta t}, & \text{для непарного } k. \end{cases}$$

Отже, профільтовані дискретні проєкційні значення визначаються як

$$\tilde{p}^p[n, k] = p^p[n, k] * g^p[k].$$

Метод зворотного проєктування визначається наступним аналітичним виразом [G. T. Herman, 1983]

$$f_{FBP-P}(x, y) = \frac{2\pi}{N_\theta} \sum_{n=0}^{N_\theta-1} \tilde{p}^p[n, k(x, y, \theta)], \quad (1)$$

де  $k(x, y, \theta)$  індекс променя, що перетинає піксель  $(x, y)$ , може бути отриманий з координати даного перетину, яка визначається згідно  $t(x, y, \theta) = y \cos \theta - x \sin \theta$ .

При реконструкції зображення розміром  $N \times N$  на сумування проєкційних даних (1) необхідно  $O(N^3)$  операцій для кожної точки результуючого двовимірного зображення.

Основою методу швидкого зворотного проєктування є виконання сумування в (1) крок за кроком шляхом рекурсивної розбивки даної суми на проміжні суми. Реалізацію даного методу пропонується здійснити у синограмі. Тоді зворотне проєктування виконується сумуванням профільтованих проєкційних даних вздовж синусоїди для кожного пікселя, який необхідно реконструювати. Основа методу – це апроксимація синусоїди короткими кривими, що у свою чергу були обчислені ще з коротших кривих і так далі. Для таких сегментів синусоїди вперше було застосовано термін “зв’язок”. Довжина зв’язку визначається як  $\theta$  - відхилення його кінцевих точок.

Позначимо зв’язок між точками сітки проєкційного простору  $(\theta_n, t_{k_1})$  і  $(\theta_{n_2}, t_{k_2})$  як  $(\theta_n, t_{k_1}; \theta_{n_2}, t_{k_2})$  і його відповідне дискретне значення як  $\tilde{I}[n_1, k_1; n_2, k_2]$ . Зв’язок  $(\theta_n, t_{k_1}; \theta_{n_2}, t_{k_2})$  визначає точку зображення, координати якої знаходяться як

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sin \theta_n & \cos \theta_n \\ -\sin \theta_{n_2} & \cos \theta_{n_2} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} t_{k_1} \\ t_{k_2} \end{pmatrix} \quad (2)$$

Значення зв’язку  $\tilde{I}[n_1, k_1; n_2, k_2]$  повинно бути строго ідентичним до значення інтегралу вздовж синусоїди в проєкційному просторі, яке знаходиться з наступного виразу, де  $(x, y)$  визначені з (2):

$$\int_{\theta_n}^{\theta_{n_2}} \tilde{p}(\theta, y \cos \theta - x \sin \theta) d\theta \quad (3)$$

На першому етапі реалізації методу короткі синусоїдні дуги апроксимуються прямими лініями, тобто обчислюються усі необхідні 1-зв’язки. Точність апроксимації буде тим вищою, чим меншою буде довжина дуги. Проєкційні величини сумуються згідно рис. 2 а. Для кожного проєкційного значення вираховуються три суми: перша зі значенням розташованим на синограмі вище по прямій, друга – зі значенням вище і лівіше, третя – вище і правіше. Набір зв’язків починається в довільній точці і формує дерево зв’язків. На другому етапі використовуються зв’язки, отримані після 1-го етапу і збільшується їх довжина. 1-зв’язки є необхідними для створення 2 - зв’язків, що формують 2 - дерево (рис. 2 б).



Після декількох етапів обчислень синусоїдні сегменти стають занадто довгими, щоб їх можна було апроксимувати прямими лініями. Тому апроксимацію необхідно виконувати синусоїдною кривою, для чого обчислюються коефіцієнти інтерполяції. Якщо необхідно здійснити апроксимацію синусоїдною кривою між двома деякими точками  $(\theta_{n_1}, t_{k_1})$  і  $(\theta_{n_2}, t_{k_2})$ , то для знаходження коефіцієнтів інтерполяції спочатку обчислюється так звана середня точка  $(\theta_{n_{cep}}, t_{k_{cep}})$ .

Отже, для обчислення деякого зв'язку  $\tilde{I}[n_1, k_1; n_2, k_2]$  необхідні будуть чотири зв'язки від  $\theta_{n_1}$  до  $\theta_{n_{cep}}$  і від  $\theta_{n_{cep}}$  до  $\theta_{n_2}$ , де  $n_{cep}$  - індекс кута проектування середньої точки, який визначається згідно формули

$$n_{cep} = \frac{n_1 + n_2}{2} \quad (4)$$

Індекс  $l$ -позиції для такої середньої точки з використання (2) можна обчислити за виразом

$$k_{cep} = \frac{k_1 + k_2}{2 \cos\left(\frac{\theta_{n_1} - \theta_{n_2}}{2}\right)} \quad (5)$$

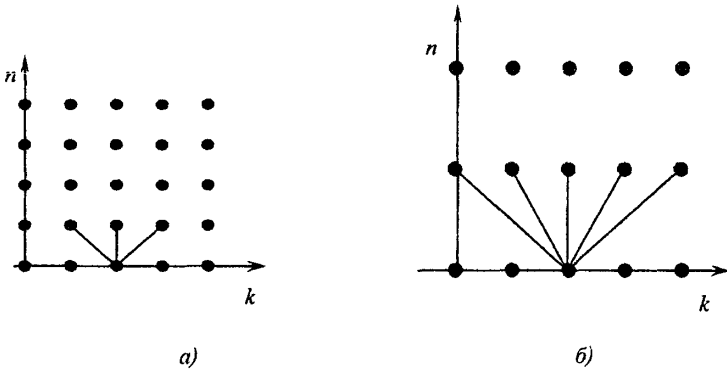


Рис. 2. Порядок сумування проєкційних значень:

- а) - сумування на першому етапі алгоритму;  
б) - сумування на другому етапі алгоритму.

Коли середня точка обчислена, вираховуються вагові коефіцієнти інтерполяційної функції:

$$\omega = 1 - \omega', \quad \omega' = k_{cep} - \lfloor k_{cep} \rfloor \quad (6)$$

Основний крок алгоритму – це обчислення значення зв'язку з чотирьох значень зв'язків удвічі коротших (рис. 3). Аналітичний вираз цього кроку з врахуванням лінійної інтерполяції

запишеться як

$$\tilde{I}[n_1, k_1; n_2, k_2] = \omega \cdot (\tilde{I}[n_1, k_1; n_{cep}, \lfloor k_{cep} \rfloor] + \tilde{I}[n_{cep}, \lfloor k_{cep} \rfloor; n_2, k_2]) + \omega' \cdot (\tilde{I}[n_1, k_1; n_{cep}, \lfloor k_{cep} \rfloor + 1] + \tilde{I}[n_{cep}, \lfloor k_{cep} \rfloor + 1; n_2, k_2])$$

(7)

Остаточне рівняння швидкого методу реконструкції зображення виражається формулою:

$$f_{FAST}[i, i_2] = \varpi_1 \varpi_2 \tilde{I}[n_1, \lfloor k_1 \rfloor; n_2, \lfloor k_2 \rfloor] + \varpi_1 \varpi'_2 \tilde{I}[n_1, \lfloor k_1 \rfloor; n_2, \lfloor k_2 \rfloor + 1] + \varpi'_1 \varpi_2 \tilde{I}[n_1, \lfloor k_1 \rfloor + 1; n_2, \lfloor k_2 \rfloor] + \varpi'_1 \varpi'_2 \tilde{I}[n_1, \lfloor k_1 \rfloor + 1; n_2, \lfloor k_2 \rfloor + 1] \quad (8)$$

(подібні вирази справедливі і для інших трьох квадрантів), де

$$\varpi_1 = 1 - \varpi'_1, \quad \varpi'_1 = k_1 - \lfloor k_1 \rfloor, \quad \varpi_2 = 1 - \varpi'_2, \quad \varpi'_2 = k_2 - \lfloor k_2 \rfloor.$$

Зв'язки деякою довжиною  $l$  починаються з точки  $(\theta_n, t_{k_1})$  і формують дерево. Довжина дерева визначається довжиною зв'язків, які його формують. Ширина (розмір) дерева – це кількість зв'язків в ньому. Враховуючи скінченність дискретного проекційного простору, дерева, що знаходяться біля границі даного простору можуть обрізатися. Для виконання інтерполяції в головному кроці алгоритму коротші дерева повинні бути ширшими за більш довгі дерева. Нехтуючи цими ефектами можна прийняти, що всі дерева, які використовуються в деякому кроці алгоритму мають однакову ширину. Зазвичай, 1-зв'язки мають ширину 3 або 5, 2-вимірні дерева мають ширину 5 або 9, і т.д. Отже, можна прийняти, що 1-дерева складаються з  $c$  зв'язків, тоді 2-дерева складаються приблизно з  $2c$  зв'язків, 4-дерева  $4c$  зв'язків, і так далі.

2 - дерев  $c$  удвічі менше ніж 1-дерев, так як  $n$ -позицій, з яких вони починаються  $c$  також удвічі менше. Загальна кількість зв'язків, створених від кроку  $i = 2$  до кроку  $i = \log_2 N_\theta - 1$  становить

$$\sum_{i=2}^{\log_2 N_\theta - 1} \underbrace{N_i N_\theta 2^{1-i}}_{\text{кількість дерев}} \cdot \underbrace{c 2^{i-1}}_{\text{кількість зв'язків у дереві}} = c N_i N_\theta (\log_2 N_\theta - 2) \in O(N^2 \ln N) \quad (9)$$

Кінцева ефективність алгоритму залежить від численних факторів, що ускладнюють порівняння двох різних алгоритмів. В таблиці 2.1 (див. дисертацію) приведені обчислені за розробленим алгоритмом оцінки кількості операцій для даних з плаваючою точкою при різних значеннях  $N$  в порівнянні з методом традиційного зворотного проектування.

Формулювання методу тривимірного швидкого зворотного проектування здійснюється на загальних принципах двовимірного швидкого зворотного проектування.

Починаючи з вокселів, які реконструюються, спочатку визначаються  $\frac{\pi}{2}$ -зв'язки, які будуть необхідними для виконання інтерполяції у (8). У наступному кроці необхідно з'ясувати і звести в таблицю, які з  $\frac{\pi}{4}$ -зв'язків будуть використанні в основному кроці для обчислення  $\frac{\pi}{2}$ -зв'язків.

Кожний наступний крок алгоритму з'ясує, які коротші зв'язки є необхідними для створення більш довгих, і процес закінчується, коли необхідні 2-зв'язки (найкоротші) будуть визначені. Визначаються вагові коефіцієнти інтерполяційної функції згідно рівняння (7).

Суть алгоритму – узагальнення основного кроку двовимірного швидкого зворотного проектування для тривимірної реконструкції, в якій значення нового зв'язку обчислюється з восьми значень удвічі коротших за нього зв'язків. Для виконання даного кроку необхідно знайти середню точку  $(\theta_{сеп}, t_{сеп}, q_{сеп})$  для обчислення зв'язку  $(\theta_n, t_{k_1}, q_{m_1}; \theta_n, t_{k_2}, q_{m_2})$ . Якщо спроекувати два променя з кінцевими точками  $(\theta_n, t_{k_1}, q_{m_1})$  і  $(\theta_n, t_{k_2}, q_{m_2})$  на  $(x, y)$  - площину (рис. 3), вони

перетнуться в точці  $(x_{сер}, y_{сер}, 0)$ , яка є розв'язком наступної системи рівнянь

$$\begin{pmatrix} x_{сер} \\ y_{сер} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sin \theta_{n_1} & \cos \theta_{n_1} \\ -\sin \theta_{n_2} & \cos \theta_{n_2} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} t_{k_1} \\ t_{k_2} \end{pmatrix}.$$

аналогічно двовимірному випадку (2). Перші два індекси середньої точки обчислюються ідентично до двовимірного випадку (4) і (5), а саме

$$n_{сер} = \frac{n_1 + n_2}{2}, \quad k_{сер} = \frac{t_{k_1} + t_{k_2}}{2 \cos \left( \frac{\theta_{n_1} - \theta_{n_2}}{2} \right)}. \quad (10)$$

Два променя в просторі зображення, що відповідають точкам в проекційному просторі, які в свою чергу є кінцевими точками розглянутого зв'язку, не завжди перетинаються. Отже, середня точка  $(\theta_{n_{сер}}, t_{k_{сер}}, q_{m_{сер}})$  отримується з точки перетину променя, що їй відповідає, з точкою  $(x_{сер}, y_{сер}, z_{сер})$ .

Дві кінцеві точки зв'язку у проекційному просторі відповідають двом променям у просторі зображення. На відміну від двовимірної томографії, у трьохвимірній ці два променя майже ніколи не перетинаються (рис. 3). Отже відповідність між зв'язками й точками зображення є неоднозначною, що ускладнює визначення третього індексу  $m_{сер}$ . Однак дану двозначність можна розв'язати за допомогою наступної методики.

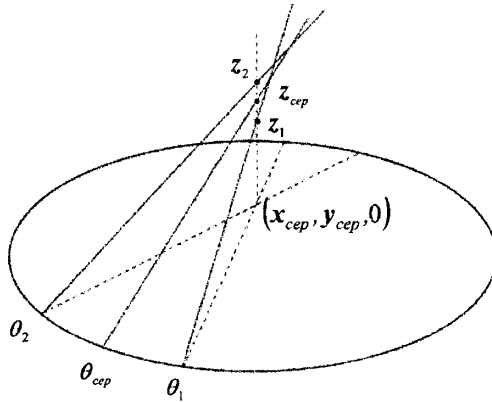


Рис. 3. Схема обчислення середньої точки

Спочатку обчислюється координата точки  $z_{сер}$ , як показано на рис. 3, а саме

$$z_{сер} = \frac{z_1 + z_2}{2}, \quad \text{де} \quad z_1 = q_1 \frac{\sqrt{R^2 - t_{k_1}^2} + v_1}{R}, \quad z_2 = q_2 \frac{\sqrt{R^2 - t_{k_2}^2} + v_2}{R}. \quad (11)$$

$$\text{Остаточний вираз} \quad q_{сер} = \frac{z_{сер} R}{\sqrt{R^2 - t_{k_{сер}}^2} + x \cos \theta_{n_{сер}} + y \sin \theta_{n_{сер}}}. \quad (12)$$

Вагові коефіцієнти інтерполяції визначаються згідно формул

$$\varpi_i = 1 - \varpi'_i, \quad \varpi'_i = k_{\text{сер}} - \lfloor k_{\text{сер}} \rfloor, \quad \varpi_q = 1 - \varpi'_q, \quad \varpi'_q = m_{\text{сер}} - \lfloor m_{\text{сер}} \rfloor.$$

Отже, значення будь-якого зв'язку можна обчислити за формулою:

$$\begin{aligned} I[n_1, k_1, m_1, n_2, k_2, m_2] = & \\ \varpi_i \varpi_q (I[n_1, k_1, m_1; n_{\text{сер}} \lfloor k_{\text{сер}} \rfloor \lfloor m_{\text{сер}} \rfloor] + I[n_{\text{сер}} \lfloor k_{\text{сер}} \rfloor \lfloor m_{\text{сер}} \rfloor; n_2, k_2, m_2]) + & \\ + \varpi_i \varpi'_q (I[n_1, k_1, m_1; n_{\text{сер}} \lfloor k_{\text{сер}} \rfloor \lfloor m_{\text{сер}} \rfloor + 1] + I[n_{\text{сер}} \lfloor k_{\text{сер}} \rfloor \lfloor m_{\text{сер}} \rfloor; n_2, k_2, m_2]) + & \\ + \varpi'_i \varpi_q (I[n_1, k_1, m_1; n_{\text{сер}} \lfloor k_{\text{сер}} \rfloor + 1 \lfloor m_{\text{сер}} \rfloor] + & \\ + I[n_{\text{сер}} \lfloor k_{\text{сер}} \rfloor + 1 \lfloor m_{\text{сер}} \rfloor; n_2, k_2, m_2]) + & \\ + \varpi'_i \varpi'_q (I[n_1, k_1, m_1; n_{\text{сер}} \lfloor k_{\text{сер}} \rfloor + 1 \lfloor m_{\text{сер}} \rfloor + 1] + & \\ + I[n_{\text{сер}} \lfloor k_{\text{сер}} \rfloor + 1 \lfloor m_{\text{сер}} \rfloor + 1; n_2, k_2, m_2]) & \end{aligned} \quad (13)$$

Оскільки промені кінцевих точок  $\pi$ -зв'язків не перетинатимуться навіть при проектуванні їх на середню площину, то потреба будувати зв'язки більші за  $\pi/2$  відпадає. Значення вокселя обчислюється як сума шістнадцяти інтерпольованих  $\pi/2$ -зв'язків. Інтерполяцією в  $t$ -напрямку можна знехтувати, якщо в геометрії детекторів не застосовувалося зміщення на чверть і роздільна здатність детектора і вокселя є співрозмірними, на відміну від інтерполяції в  $q$ -напрямку. Кожна з інтерполяцій у чотирьох напрямках використовується шістнадцятьма  $\pi/2$ -зв'язками у відповідності з рівнянням:

$$\begin{aligned} \varpi_{i_1} \varpi_{i_2} \varpi_{q_1} \varpi_{q_2} \cdot I[n_1, \lfloor k_1 \rfloor, \lfloor m_1 \rfloor; n_2, \lfloor k_2 \rfloor, \lfloor m_2 \rfloor] + & \\ + \varpi_{i_1} \varpi_{i_2} \varpi_{q_1} \varpi'_{q_2} \cdot I[n_1, \lfloor k_1 \rfloor, \lfloor m_1 \rfloor; n_2, \lfloor k_2 \rfloor, \lfloor m_2 \rfloor + 1] + & \\ \vdots & \\ + \varpi'_{i_1} \varpi'_{i_2} \varpi'_{q_1} \varpi'_{q_2} \cdot I[n_1, \lfloor k_1 \rfloor + 1, \lfloor m_1 \rfloor + 1; n_2, \lfloor k_2 \rfloor + 1, \lfloor m_2 \rfloor + 1] & \end{aligned} \quad (14)$$

де коефіцієнти білінійної інтерполяційної функції  $\varpi_{i_1} = 1 - \varpi'_{i_1}$ ,  $\varpi'_{i_1} = k_1 - \lfloor k_1 \rfloor$ ,  $\varpi_{i_2} = 1 - \varpi'_{i_2}$ ,  $\varpi'_{i_2} = k_2 - \lfloor k_2 \rfloor$ ,  $\varpi_{q_1} = 1 - \varpi'_{q_1}$ ,  $\varpi'_{q_1} = m_1 - \lfloor m_1 \rfloor$ ,  $\varpi_{q_2} = 1 - \varpi'_{q_2}$ ,  $\varpi'_{q_2} = m_2 - \lfloor m_2 \rfloor$ .

Припустивши, що 1-дерево складається з  $c$  зв'язків, загальна кількість зв'язків, створених від другого кроку до  $\log_2 N_\theta - 2$  кроку становить

$$\underbrace{\sum_{i=2}^{\log_2 N_\theta - 1} N_i N_\theta N_q 2^{i-1}}_{\text{кількість дерев}} \cdot \underbrace{c 2^{i-1}}_{\text{кількість зв'язків у дереві}} = c N_i N_\theta N_q (\log_2 N_\theta - 3) \in O(N^3 \ln N) \quad (15)$$

Результати порівняння швидкого і традиційного тривимірного зворотного проектування приведені в таблиці 1.

Таблиця 1

**Необхідна кількість операцій для даних з плаваючою точкою при реконструкції методами швидкого і традиційного зворотного проектувань з параметрами**

$$N = N_x = N_y = 2N_z = N_q = N_\theta / 2.$$

N	64	128	256	512	1024
Традиційне зворотне проектування	$1 \cdot 10^8$	$2 \cdot 10^9$	$3 \cdot 10^{10}$	$5 \cdot 10^{11}$	$8 \cdot 10^{12}$
Швидке зворотне проектування	$2 \cdot 10^8$	$2 \cdot 10^9$	$2 \cdot 10^{10}$	$2 \cdot 10^{11}$	$1 \cdot 10^{12}$

Якщо отримання проєкційних значень і реконструкцію розглядати як єдину систему, то швидкодню обробки даних знижує їх перепаківка до даних від паралельної схеми сканування. Першу паралельну проєкцію можна отримати тільки після повороту джерела на кут  $2\gamma_{max}$  і надалі швидкість обробки даних є сталою. Швидке зворотне проєктування можна починати одразу після визначення квадратну даних від паралельної схеми сканування.

В роботі запропоновано варіант апаратного забезпечення для реалізації алгоритму швидкого зворотного проєктування, яке дозволяє зменшити розмір ОЗП шляхом зберігання інформації про "обрізки дерев", обчислених вагових коефіцієнтів інтерполяційної функції та адрес значень зв'язку в процесі обчислення. Досліджено, що якщо отримати інформацію про зв'язки, дерева з яких будуть обрізатися, заздалегідь, то розмір ОЗП становить  $O(N^3)$ .

У третьому розділі розглянуто принципи отримання реальних проєкційних даних у випадку поліхроматичного і монохроматичного джерел випромінювання. Здійснено моделювання томографічної системи, і моделювання томографічної схеми сканування у випадку застосування колової траєкторії джерела випромінювання конусного променя. Вибрано та змодельовано об'єкт тривимірної реконструкції.

В діапазоні енергії, який властивий випромінюванню томографічних рентгенівських трубок, наявний ефект зменшення коефіцієнта послаблення випромінювання для більшості матеріалів зі зменшенням даної енергії. Це призводить до збільшення середньої величини енергії променя під час його проходження через об'єкт – ефект збільшення жорсткості випромінювання. Ефект збільшення жорсткості випромінювання є широко розповсюдженою причиною виникнення артефактів у реконструйованих зображеннях, якщо даний ефект не був врахований при створенні алгоритму реконструкції. Отже, значення проєкції при просвічуванні об'єкта монохроматичним променем з врахуванням цих умов визначається  $p(a, c) = \sum_{k=1}^K \mu_k \Delta \rho_k$ , де  $\Delta \rho_k$  - це довжина перетину променя  $\rho$  і  $k$ -го об'єкта, який має коефіцієнт послаблення випромінювання  $\mu_k$ .

У випадку монохроматичного випромінювання дійсне проєкційне значення для одного детектора визначається об'ємним інтегралом по піраміді з основою, що дорівнює площі детектора. Така модель обчислення проєкційних даних потребує надзвичайно великої кількості розрахунків і значних витрат часу. Кращий результат отримується, якщо обчислювати середнє арифметичне значення лінійних інтегралів вздовж однотипних променів, наприклад чотирьох променів (використовують квадрат деякого числа  $R^2$ ). В результаті отримаємо формулу для проєкційних значень від детектора  $p_d$

$$p_d = -\ln \left[ \frac{1}{R^2} \sum_{i=1}^{R^2} \exp \left( - \sum_{k=1}^K \mu_k \Delta \rho_{k,i} \right) \right],$$

де друга сума є лінійним інтегралом для  $i$ -го променя,  $\Delta \rho_{k,i}$  - довжина перетину  $i$ -го променя з  $k$ -тим об'єктом.

У випадку поліхроматичних променів слід замінити лінійні інтеграли відповідними сумами

$$p_d = -\ln\left(\frac{1}{R^2} \sum_{j=1}^{R^2} \frac{N}{N_0}\right).$$

Розсіювальні характеристики променя можна змоделювати за допомогою двох параметрів: широти розсіювання  $\eta$ , яка визначас максимальну відстань між двома променями, які створюють взаємне зашумлення проскійних даних; і розсіювальний пік  $\sigma$ , який означає інтенсивність розсіювання. Нехай  $p$  - ідеальне значення проекції променя, а  $\hat{p}$  - зашумлене.  $\hat{p}$  можна виразити як дискретну згортку  $p$  з нормуючою (ваговою) функцією  $\varpi$

$$\hat{p}(a, c) = \sum_{(\bar{a}, \bar{c}) \in R} \varpi(a - \bar{a}, c - \bar{c}) p(\bar{a}, \bar{c}),$$

де  $R$  - набір всіх точок у площині детектора, через які проходить один з розглянутих променів.

$$\text{Вагова функція визначається } \varpi(a, c) = \begin{cases} \frac{\nu(a, c)}{V}, & \text{якщо } \sqrt{a^2 + c^2} < \eta \\ 0, & \text{в іншому випадку} \end{cases},$$

$$\text{де } \nu(a, c) = \begin{cases} \sigma \left(1 - \frac{\sqrt{a^2 + c^2}}{\eta}\right) & a \neq 0 \text{ або } c \neq 0 \\ 1 + \sigma & a = 0 \text{ } c = 0 \end{cases} \quad \text{і } V = \sum_{\sqrt{a^2 + c^2} < \eta} \nu(a, c).$$

На основі відомих математичних залежностей, які використовуються для визначення елементарних перетворень (перенесення, обертання системи координат, операції масштабування, визначення системи координат відносно іншої) в гомогенних координатах як множення між собою відповідних матриць, змодельовано динамічну томографічну систему.

Всі проекції і результати сканування моделюються як результат роботи стандартної геометричної схеми збору даних для тривимірної томографії. Приймаємо, що в початковій позиції (тобто для першої проекції) джерело розміщене на осі  $x$  референційної системи.

Початок відліку системи координат детектора розміщується в центрі референційної системи. Осі  $a$  і  $c$  детектора паралельні до осей  $y$  і  $z$  референційної системи, тобто створюється віртуальний детектор, внаслідок чого об'єкти, що знаходяться за межами детектора будуть також проектуватися на нього. Детектор – квадрат з розмірами сторін 2,0. Початкова позиція джерела визначається точкою з гомогенними координатами  $s \approx [3.73105 \ 0 \ 0 \ 1]^T$ .

У програмі використовується колова траєкторія руху джерела з віссю обертання, що співпадає з віссю  $z$  референційної системи, обертання здійснюється проти годинникової стрілки і сумарний кут проектування становить  $360^\circ$ .

В якості об'єкта дослідження був вибраний стандартний фантом Шеппа-Логана, який є спрощеною моделлю об'єкта з неоднорідною структурою, особливістю якого є те, що деякі деталі зображення накладаються одне на одне, що краще моделює просторову реальну структуру. Параметри змодельованого томографічного експерименту приведені в таблиці 2.

Параметри експериментальної реконструкції тривимірного фантому Шеппа - Логана

Радіус траєкторії джерела	$R = 7.5$
Кількість поворотів скануючої системи	$N_\beta = N_\theta = 64$
Кількість рядків детектора	$N_h = 256$
Висота рядка детектора	$\Delta b = \frac{2}{256} \approx 0.009$
Кількість детекторних елементів в рядку	$N_a = N_t = 256$
Максимальний віяловий кут	$\gamma_{max} = \arctg \frac{N_a \Delta a}{2R} \approx 9^\circ$
Максимальний конусний кут ( $a=0$ )	$k_{max} = \arctg \frac{N_b \Delta b}{2R} \approx 9^\circ$
Дискретизація зображення	$N_x = N_y = N_z = 256 \times 256 \times 256$
Роздільна здатність зображення	$\Delta x = \Delta y = \Delta z \approx 0,9 \text{ мм}$
Кількість променів, що ресструються елементом детектора	$3^2=9$

Створене програмне забезпечення, яке реалізовує математичну модель, що пов'язує інтенсивність рентгенівського випромінювання з проекційними значеннями тривимірної функції об'єкта.

У четвертому розділі створена програмна реалізація розробленого алгоритму реконструкції, наведені результати реконструкції зображення об'єкту дослідження швидким FDK алгоритмом на основі швидкого зворотного проектування і FDK алгоритмом. Сформульовано основні критерії порівняння алгоритмів.

В ідеалі необхідно мати один параметр, який би характеризував близькість реконструкції та оригінала. Але на практиці не тільки один параметр, але й набір із декількох параметрів не можуть описати всіх характерних відмінностей двох зображень. Тому було застосовано три головні оцінки "міри" різниці між зображеннями:

$$d = \sqrt{\frac{\sum_{u=1}^I \sum_{v=1}^I (t_{u,v} - r_{u,v})^2}{\sum_{u=1}^I \sum_{v=1}^I (t_{u,v} - \bar{t})^2}},$$

$$r = \frac{\sum_{u=1}^I \sum_{v=1}^I |t_{u,v} - r_{u,v}|}{\sum_{u=1}^I \sum_{v=1}^I |t_{u,v}|}, \quad e = \max_{\substack{1 \leq i \leq (I/2) \\ 1 \leq j \leq (I/2)}} |T_{i,j} - R_{i,j}|,$$

$$\text{де } T_{i,j} = \frac{1}{4} \cdot (t_{2i,2j} + t_{2i+1,2j} + t_{2i,2j+1} + t_{2i+1,2j+1}), \quad R_{i,j} = \frac{1}{4} \cdot (r_{2i,2j} + r_{2i+1,2j} + r_{2i,2j+1} + r_{2i+1,2j+1}), t_{u,v} \text{ і}$$

$r_{u,v}$  густини  $v$ -го пікселя в  $u$ -тому рядку матриці фантому і реконструйованого перерізу відповідно, а  $\bar{t}$  - середнє значення густини в дискретизації фантому. Приймасмо, що обидві

матриці зображень мають розмір  $l \times l$ . причому  $\lfloor l/2 \rfloor$  дорівнює найбільшому цілому числу, але не більше  $l/2$ .

За критеріями порівняння проведено метрологічний аналіз розробленого швидкого алгоритму реконструкції тривимірного зображення. Для дослідження якості розробленого методу дослідження внутрішньої структури тривимірного об'єкту зображення об'єкту було реконструйовано стандартним FDK і запропонованим швидким алгоритмами.

Для підтвердження теоретичних досліджень приведених в попередніх розділах і перевірки адекватності створених математичних моделей, було проведено ряд експериментів.

В якості об'єкту дослідження був використаний взірець з плексигласу циліндричної форми висотою 21,6 см і з діаметром основи 7 см, який містив різні типи наперед заданих дефектів. Всередині циліндру був вживлений сталевий стержень висотою 19,2 см і з діаметром основи 3,2 см. Крім того на різних висотах (19,7см, 11,5 см, 4,1 см від основи) було розміщено чужорідні включення (скло, сталь, дерево відповідно) різних розмірів.

Експеримент проводився на базі Івано-Франківської медичної академії, кафедра променевої діагностики. Програмна реалізація швидкого алгоритму реконструкції була використана у томографі фірми Phillips. Результати тривимірної реконструкції приведені у дисертації (додаток Н).

Об'єкт був реконструйований швидким методом реконструкції і алгоритмом, що встановлений на даному томографі. Для метрологічного аналізу приведених томограм взірець був розпиляний на відповідні перерізи. Таким чином було отримано тест-фантом для проведення метрологічного аналізу двох методів реконструкції.

За допомогою доциміжної програми (додаток О) взірцеві зображення були дискретизовані з роздільною здатністю  $256 \times 256$ . В результаті дискретизації ми отримали матрицю  $256 \times 256$ , значеннями якої є густини об'єкту у відповідному пікселі зображення. Після даної операції можливим стало обчислити похибки реконструкції зображення двома методами.

Відповідні похибки ( $r, d, e$  – міри) складають  $r = 0,318; d = 0,344; e = 0,74$  для перерізу, який містить дерево, а для перерізу зі сталлю -  $r = 0,58; d = 0,666; e = 1,24$ . Представлені графіки розподілу густини взірця і реконструкції (див. дисертацію рис. 4.12, 4.13) доводять, що томографічний метод контролю швидким методом точно визначає геометричні розміри будь-якого включення, яке входить до складу об'єкту. В результаті метрологічного аналізу традиційного методу реконструкції отримані такі похибки алгоритму ( $r, d, e$  – міри) складають  $r = 0,576; d = 0,55; e = 1,24$  для перерізу з включенням дерева, а для перерізу зі сталлю -  $r = 0,937; d = 0,865; e = 1,936$ .

При аналізі експериментальних результатів можна зробити висновок, що швидкому методу реконструкції тривимірного зображення притаманні всі властивості FDK алгоритму, який є найпоширенішим тривимірним алгоритмом реконструкції у комерційних сканерах. Але при тому, що реконструкція центральної площини відновлюється розробленим алгоритмом без спотворень, зростання артефактів від центру до краю в інших перерізах зображення є несуттєвою. Дана властивість є притаманною всім алгоритмам сімейства FDK, внаслідок усіченості проєкційних даних, що спричиняє відсутність необхідних для реконструкції деяких проєкційних даних. Третя властивість алгоритму - реконструкція об'єкту гомогенного в  $z$  - напрямку відбувається точно.



Для тестування розробленого швидкого методу реконструкції були проведені експерименти, які полягали у реконструкції внутрішньої структури об'єкту із його проєкційних даних. Об'єкт дослідження (проєкційне зображення об'єкта) був отриманий у результаті томографічного експерименту – просвічування об'єкта на рентгенівському тривимірному томографі. Сучасні КТ-сканери не дозволяють безпосередньо отримати такі зображення. тому для їх отримання ми припиняли процес реконструкції в момент отримання проєкційних значень і в пам'яті виокремлювали область з цими даними. Для цього вміст всієї пам'яті копіювали у файл (DUMP) і знаючи приблизну структуру даних (RAW) вилучали потрібні дані, що було можливим внаслідок відсутності їх шифрування. Отримані проєкційні дані перетворювалися у формат придатний для обробки їх програмною реалізацією алгоритму (mat) (дані перетворені з формату LONG у формат DOUBLE). Експерименти проводилися на технічних і біологічних об'єктах. Результати реконструкції порівнювалися з результатами, отриманими на томографах. Порівняння відновлених зображень внутрішньої структури об'єктів (див. рис. 4.12 - 4.15 у дисертації) дозволило зробити висновок про збереження якості реконструйованого зображення при зменшенні часу реконструкції до 50%.

## ВИСНОВКИ

У дисертації наведено теоретичне узагальнення і нове вирішення наукової задачі, що виявляється в розробці нового методу тривимірної реконструкції різноманітних за своєю природою об'єктів, який дає змогу зменшити час відновлення тривимірного об'єкту зі збереженням якості реконструйованого зображення. Проведені дослідження дозволили зробити такі висновки:

1. Отримана нова залежність значення функції тривимірного об'єкту від його проєкційних значень, яка повністю відображає як фізичну так і математичну суть процесу реконструкції тривимірного об'єкту. Завдяки цьому створено перший алгоритм швидкої тривимірної реконструкції зображення внутрішньої структури об'єкта, який до 10 раз зменшує час реконструкції зі збереженням якості реконструкції.

2. Розроблено математичну модель томографічної системи, яка пов'язує інтенсивність рентгенівського випромінювання з реальними проєкційними даними об'єкта і показано, що цей зв'язок носить інтегральний характер. Завдяки цьому дістав подальший розвиток напрямок математичного моделювання зображення об'єкта у тривимірному векторному просторі. Результати дослідження даної моделі розширюють область застосування методів математичного моделювання на задачі створення апаратури для швидкої технічної діагностики.

3. Досліджено комплексність методу швидкої тривимірної реконструкції і доведено, що вона становить  $O(N^3 \ln N)$  операцій замість  $O(N^4)$  операцій, які притаманні традиційним методам. Використання методу є найбільш доцільним при відновленні об'єкту з великою роздільною здатністю, або при умові реконструкції з великого масиву проєкційних даних. Для відновлення тривимірного об'єкта з роздільною здатністю  $512 \times 512 \times 1024$  традиційним методом необхідно  $5 \cdot 10^{11}$  операцій. Швидкий метод реконструкції відновлює зображення розміром  $512 \times 512 \times 1024$  за в два з половиною рази менше операцій при збереженні якості зображення, або за

таку ж кількість операцій відновлює зображення з роздільною здатністю 739x739x1458, яка є майже у півтора рази вищою.

4. За допомогою використання програмної реалізації математичної моделі, в результаті роботи якої отримується набір реальних рентгенівських проєкційних даних, доведено, що модель адекватно відображає результат рентгенівського томографічного експерименту.

5. На основі програмної реалізації методу швидкої тривимірної реконструкції зображення об'єкту встановлено, що якість реконструйованого зображення зберігається при значному зменшенні часу реконструкції до 50%.

6. Запропонована технічна реалізація швидкого методу тривимірної реконструкції зображення об'єкта при визначенні його складу. Визначено, що апаратна реалізація даного методу вимагає  $O(N^3)$  біт ПЗП.

### СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

1. Чеховський С.А., Кабанова О.В. Порівняльний аналіз алгоритмів реконструкції зображень в комп'ютерній томографії // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах: Збірник наукових праць. - Хмельницький: ТУП, 2001. - №8. - С. 103 - 106.

2. Чеховський С.А., Кабанова О.В. Моделювання алгоритмів реконструкції в рентгенівській томографії // Методи та прилади контролю якості. - Івано - Франківськ: ІФДТУНГ, 2002. - №8. - С.

3. Мойсеєнко Н.М., Кабанова О.В., Федотов О.В. Застосування локального радонівського перетворення для відтворення ліній в зашумлених зображеннях // Інформаційні технології в освіті, науці і техніці: III Всеукраїнська конференція молодих науковців. - Черкаси, 2002. - С. 246 - 249. (Здобувачеві належить концепція роботи. Особистий внесок складає 40%).

4. Кабанова О.В. Алгоритмічне забезпечення процесу відтворення зображень в рентгенівській томографії // Приладобудування 2002: підсумки і перспективи: Збірник тез наук.-техн. конф. - Київ: МПП "Темп", 2002. - С. 99-100.

5. Кабанова О.В. Зменшення часу реалізації алгоритму зворотного проєктування в комп'ютерній томографії // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. - Хмельницький: ТУП, 2002. - №2. - С. 104 - 107.

6. Кабанова О.В. Швидке зворотне перетворення для тривимірної реконструкції// Приладобудування 2003: стан і перспективи: Збірник тез доп. наук.-техн. конф. - Київ: НТУУ "КПІ", 2003. - С. 157-158.

7. Кабанова О.В., Мойсеєнко М.І. Алгоритм швидкого зворотного проєктування для реконструкції 3D зображень в рентгенівській томографії // Інформаційні технології в охороні здоров'я та практичній медицині: Наукові праці. - Київ: ВГО "Аметист", 2003. - 78 - 81. (Здобувачеві належить концепція роботи, її повний аналіз. Особистий внесок складає 70%).

8. Кабанова О.В. Апаратна реалізація швидкого зворотного проєктування у тривимірній реконструкції зображень // Методи та прилади контролю якості. - Івано - Франківськ: ІФНТУНГ, 2003. - №10. - С. 92 - 96.

9. Кабанова О.В., Чеховський С. А. Швидкий FDK – алгоритм для тривимірної реконструкції зображень в рентгівській томографії // Науковий вісник Національного університету нафти і газу. Методи і засоби неруйнівного контролю. - Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу. №2(6), 2003.-С. 123-129.

### АНОТАЦІЯ

Кабанова О. В. Метод реконструкції зображень внутрішньої структури об'єктів контролю з використанням алгоритму зворотного проектування.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук за спеціальністю 05.11.13 – Прилади і методи контролю та визначення складу речовин. - Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу, Івано-Франківськ, 2004.

Робота присвячена дослідженню об'єкта контролю методом рентгівської реконструктивної томографії. Об'єктом дослідження є внутрішня структура та склад виробів, металевих і неметалевих конструкцій, у тому числі дефектів цієї структури, та отримане в результаті просвічування рентгівським променем зображення.

Досліджено залежність значення функції тривимірного зображення від проєкційних даних. Одержано і реалізовано метод швидкої реконструкції внутрішньої структури тривимірного об'єкта, що дає можливість з високою вірогідністю оцінити його склад.

Досліджено комплексність методу швидкої тривимірної реконструкції і доведено, що вона становить  $O(N^3 \ln N)$  операцій замість  $O(N^4)$  операцій, які притаманні традиційним методам.

На основі методу швидкої реконструкції вдосконалено FDK – метод, що дозволяє реалізувати реконструкцію тривимірного зображення з проєкційних даних від конусної схеми сканування.

Розроблена і програмно реалізована математична модель процесу отримання тривимірних проєкційних даних. Запропонована математична модель процесу отримання проєкційних даних в результаті томографічного експерименту, яка адекватна реальним характеристикам та параметрам зображення і дозволяє вибирати доцільні схеми сканування (позицію джерела, позицію детектора, їх орієнтацію, розмір тощо); задавати різні траєкторії руху джерела і детектора довкола об'єкта; високу точність проєкцій; здійснювати моделювання як ідеальних, так і спотворених (реальних) проєкційних даних; здійснювати створення моделей реальних об'єктів з можливістю їх подальшого дослідження.

Запропоновано технічну реалізацію швидкого методу тривимірної реконструкції зображення об'єкта при визначенні його складу.

Основні результати роботи знайшли технічне впровадження в Інституті фізики напівпровідників НАН України, Івано-Франківській медичній академії та Івано-Франківському Національному університеті нафти і газу. Результати теоретичних та експериментальних досліджень впроваджено в навчальний процес при викладанні спеціальних дисциплін для спеціальності "Прилади та системи неруйнівного контролю" та "Метрологія і вимірвальна техніка".

## АННОТАЦИЯ

**Кабанова О. В. Метод реконструкции изображений внутренней структуры объектов контроля с использованием алгоритма обратного проецирования. - Рукопись.**

Диссертация на получение научной степени кандидата технических наук за специальностью 05.11.13 - Приборы и методы контроля и определение состава веществ. – Ивано - Франковский национальный технический университет нефти и газа, Ивано-Франковск, 2004.

Работа посвящена исследованию объектов контроля методом рентгеновской реконструктивной томографии. В качестве объекта исследования принята внутренняя структура и состав изделий, металлических и неметаллических конструкций, в том числе дефектов этой структуры, и полученное в результате просвечивания рентгеновским лучом изображение.

На современном этапе достижений современной техники программное обеспечение томографов не соответствует уровню развития их технической части. Кроме того, для контроля движущихся или изменяющихся во времени объектов, необходимы быстрые и точные методы реконструкции.

Методы реконструкции зависят от выбранной схемы скалирования объекта. Трехмерные томографы требуют трехмерные алгоритмы реконструкции. Наиболее распространенной является конусная схема сканирования при полоскостном детекторе. Проекционные значения при данной схеме сканирования имеют свою специфику, в частности, они являются усеченными в направлении распространения луча.

В работе разработана и программно реализована математическая модель процесса получения трехмерных проекционных данных. Предложенная математическая модель процесса получения проекционных данных в результате томографического эксперимента, которая адекватная реальным характеристикам и параметрам изображения и разрешает выбирать произвольные схемы сканирования (позицию источника, позицию детектора, их ориентацию, размер и т.п.); задавать разные траектории движения источника и детектора вокруг объекта; высокую точность проекций; осуществлять моделирование как идеальных, так и искаженных (реальных) проекционных данных; осуществлять создание моделей реальных объектов с возможностью их дальнейшего исследования.

Детальное исследование зависимости значения функции трехмерного изображения от проекционных данных разрешило вывести новое аналитическое выражение зависимости значения функции трехмерного объекта от его проекционных значений для конусной схемы сканирования, которое полностью отображает как физическую, так и математическую суть процесса реконструкции объекта. Полученное выражение является быстрым алгоритмом трехмерной реконструкции. Реализация данного метода для исследования внутренней структуры трехмерного объекта дает возможность с высокой достоверностью оценить его состав. Суть данного метода базируется на преобразовании алгоритма обратного проецирования. Проекционные значения, полученные после просвечивания объекта рентгеновским лучом, суммируются в определенном порядке. В результате этой операции оценка плотности в любой точке изображения сводится к суммированию восьми значений так званых связей. Вычисленные наперед связи могут

использоваться для оценки плотности в нескольких точках, что и уменьшает количество необходимых операций.

Исследована комплексность метода быстрой трехмерной реконструкции и доказано, что она составляет  $O(N^3 \ln N)$  операций вместо  $O(N^4)$  операций, которые присущи традиционным методам. При анализе полученной информации было установлено, что использование метода быстрой реконструкции есть наиболее эффективным при пространственной разрешающей способности изображения более чем  $256 \times 256 \times 256$  элементов.

На основе метода быстрой реконструкции усовершенствован FDK - метод, который является наиболее распространенным алгоритмом в трехмерных томографах и разрешает реализовать реконструкцию трехмерного изображения с проекционных значений конусной схемы сканирования. Показано, что качество реконструированного изображения трехмерного объекта сохраняется при значительном увеличении скорости реконструкции.

Предложена техническая реализация быстрого метода трехмерной реконструкции изображения объекта при определении его состава, которая разрешает уменьшить размер ОЗУ путем сохранения информации про "обрезки деревьев", вычисленных весовых коэффициентов интерполяционной функции и адреса значений связи в процессе вычисления. Доказано, что при наличии такой информации размер ОЗУ составляет  $O(N^3)$  бит.

Основные результаты работы нашли техническое внедрение в Институте физики полупроводников НАН Украины, Ивано - Франковской медицинской академии и Ивано-Франковском Национальном университете нефти и газа. Результаты теоретических и экспериментальных исследований введен в учебный процесс при преподавании специальных дисциплин для специальности "Приборы и системы неразрушающего контроля" и "Метрология и измерительная техника".

## THE SUMMARY

**Kabanova O.V. Method of reconstruction of images of internal structure of objects of the control with the use of algorithm of back projection. - Manuscript.**

Thesis for a candidate's degree by speciality 05.11.13 - instruments and methods of the checking and determinations of the composition material. -The Ivano-Frankivsk National Technical University of Oil and Gas, Ivano-Frankivsk, 2004.

Work is dedicated to the research of object of the control by the method of x-ray reconstructive tomography. The object of research is the internal structure and the structure and complexity of products, metal and not metal designs, including all the defects of this structure, and received as the result enlightened by the x-ray beam image. The dependence of value of function of the three-dimensional image on the projective data is investigated. The method of fast reconstruction of internal structure of three-dimensional object is received and realized which enables to estimate its structure with high liability.

The integrated approach of the method of fast three-dimensional reconstruction is investigated and it is proved, that it makes  $O(N^3 \ln N)$  operations instead of  $O(N^4)$  operations, which are inherent in traditional methods.

On the basis of the method of fast reconstruction the FDK - method is improved which allows to realize the reconstruction of the three-dimensional image out of the projective material from the cone beam geometry.

The mathematical model of the process of reception of the three-dimensional projective data is developed as well as its program for receiving the three-dimensional image projective data. The offered mathematical model of process of receiving the projective data in the result of the tomographical experiment which is adequate to the real characteristics and parameters of image and permits to choose any schemes of scanning (position of a source, position of the detector, position of the detector, their orientation, size etc.); to set different trajectories of movement of a source and the detector around the object; high accuracy of projections; to carry out modeling as ideal, and distorted (real) projective data; to carry out the creation of models of real objects with an opportunity of their further research.

The technical realization of a fast method of three-dimensional reconstruction of the image of object is offered at the definition of its structure.

The basic results of work have found their technical introduction in the Institute of physics of semiconductors HAS of Ukraine, the Ivano-Frankivsk Medical Academy and the Ivano-Frankivsk Technical National university of Oil and Gas. The results of the theoretical and experimental researches are entered into educational process when teaching special disciplines for a speciality "Devices and Systems of the non-distorted Control" and "Metrology and Measuring Engineering".

